



کنکور آسان است
KONKURSARA

 /konkursara

 @konkursara_official

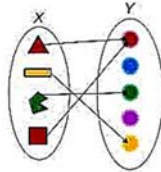
021-55756500
www.konkursara.com



مفهوم تابع و بازنمایی های آن

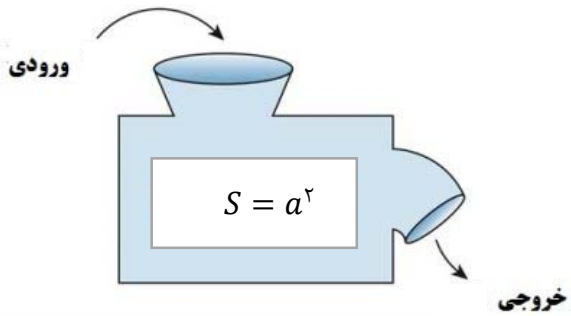
درس اول

۱ تابع



۱.۱ تعریف تابع

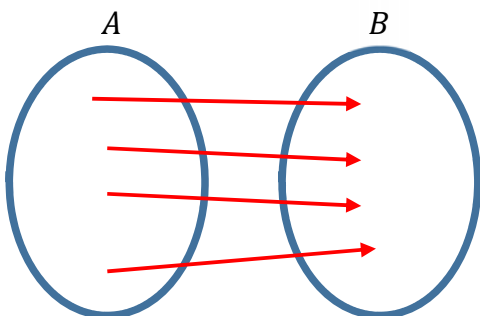
فرض کنید رابطه ای وجود دارد که به کمک آن می توانیم مساحت مربعی به طول ضلع a را بدست آوریم. می دانیم چنین رابطه ای به صورت $S = a^2$ خواهد بود ، حال اگر طول اضلاع مربع به صورت های $\{۲,۳,۴,۵\}$ باشد ، آنگاه مساحت مربع چه اعدادی خواهد بود؟



آیا در رابطه بالا امکان دارد که به ازای یک طول ، دو مساحت وجود داشته باشد؟ در این فصل با چنین روابطی سر و کار خواهیم داشت. که آنها را تابع می نامیم.

سوال : فرض کنید دستگامی وجود دارد که هر کدام از اعضای مجموعه $A = \{۲,۳, -۱, \sqrt{۷}\}$ را گرفته ، ابتدا آنها را ۲ برابر می کند ، سپس سه واحد از آنها کم می کند. مجموعه خروجی ها را مشخص کنید. سپس برای آن یک رابطه پیشنهاد دهید.

در این مثال می توانیم مجموعه ورودی ها و خروجی ها را به صورت نمودار ون یا جدول نیز نمایش دهیم :



تذکر : توجه کنید که به ازای هر ورودی ، تنها یک خروجی وجود دارد.

تعریف : یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه ای بین این دو مجموعه است که به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B را نسبت می دهد. مجموعه A را دامنه و مجموعه B را هم دامنه یا مقصد گویند .

به عنوان مثال رابطه ای که به ضلع یک مربع، محیط مربع را نسبت می دهد. تابع است ، یا رابطه ای که وزن دانش آموز را در هر لحظه نشان می دهد یک تابع است چون ممکن نیست دانش آموزی در یک لحظه دارای دو وزن باشد.

سوال : کدام یک از روابط زیر یک تابع را معلوم می کند؟ توضیح دهید.
الف) رابطه ای که به ضلع یک مثلث، مساحت مثلث را نسبت می دهد.

ب) رابطه ای که به هر فرد، دمای بدن او را در یک زمان معین نسبت می دهد.

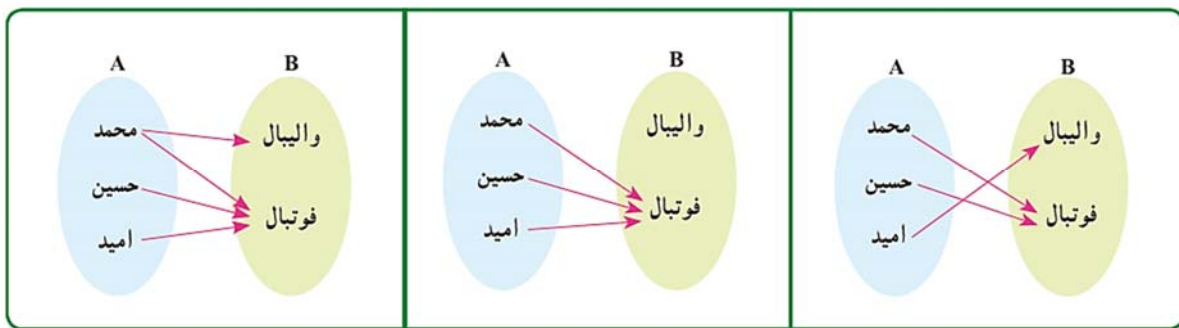
ج) رابطه ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می دهد.

د) رابطه ای که به هر دانش آموز، دوستان او را نسبت می دهد.

ه) رابطه ای که به هر عدد، ریشه های دوم آن عدد را نسبت می دهد.

و) رابطه ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می دهد.

سوال : به نظر شما کدامیک از روابط زیر می تواند یک تابع را نمایش دهد؟



دقت کنید که در سوال بالا نظر اولیه خود را بنویسید که بعداً با درک بهتر موضوع ، به درستی یا نادرستی پاسخ خود پی ببرید.

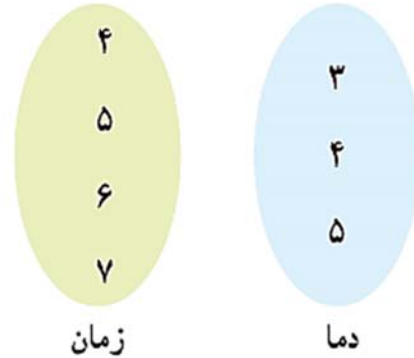
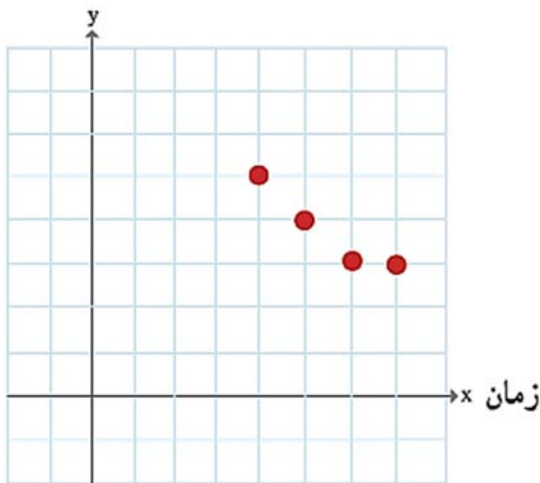
برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

۲.۱ زوج مرتب

فرض کنید نمودار زیر دمای هوا را در چهار ساعت متفاوت در شهر سنندج نشان می دهد .

رابطه بین زمان و دما را به صورت نمودار پیکانی نمایش دهید و معلوم کنید که آیا این رابطه یک تابع است؟ جدول را هم کامل کنید.

دما (سانتی گراد)



ساعت	۴	۵	۶	۷
دما	۵	۴		

اگر در نمودار بالا ، محور افقی را طول و محور عمودی را عرض در نظر بگیریم ، آنگاه مختصات هر یک از نقاط داده شده را می توانیم به صورت یک "زوج" در نظر بگیریم :

$$(۴,۵), (۵,۴), (۶,۳), (۷,۳)$$

ترتیب نوشتن اعداد در هر زوج مهم است. مثلاً زوج های $(۴,۵)$ ، $(۵,۴)$ برابر نیستند و دو نقطه متفاوت در نمودار را نشان می دهند به همین دلیل به هر یک از زوج های بالا یک **زوج مرتب** می گوئیم .

اگر همه زوج های مرتب بالا را در مجموعه ای قرار دهیم، یک نمایش دیگر برای رابطه ارائه شده بین زمان و دما به دست می آید که به آن **نمایش زوج مرتب** رابطه داده شده می گویند. برای نام گذاری این مجموعه جدید از

$$f = \{(۴,۵), (۵,۴), (۶,۳), (۷,۳)\}$$

حروفی مانند g یا f استفاده می کنیم لذا داریم :

تعریف : هر دوتایی که به صورت (a, b) نشان داده می شود که ترتیب قرارگیری در آنها اهمیت دارد را زوج مرتب می نامند . در زوج مرتب (a, b) به a مؤلفه ی اول و به b مؤلفه ی دوم می گویند . به عنوان مثال در زوج مرتب $(۷,۳)$ ، ۷ را مؤلفه اول و ۳ را مؤلفه دوم می نامیم.

تست : رابطه ی $g = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 2x + y \leq 7\}$ چند زوج مرتب دارد؟ (ریاضی خراج ۸۸)

۹ (د)

۸ (ج)

۶ (ب)

۵ (الف)

نکته: دو زوج مرتب مساویند هرگاه مولفه های آنها نظیر به نظیر با هم برابر باشند به عبارتی : (a, b) و (c, d)

مساویند هرگاه : $a = c$ و $b = d$

سوال: مقادیر a, b را به گونه ای بیابید که دو زوج مرتب $(a^2 - b^2, a - b) = (300, 15)$ برابر باشند؟

انواع نمایش تابع : ۱- زوج مرتب ۲- نمودار ون ۳- نمودار (مختصاتی) ۴- جدول ۵- ضابطه

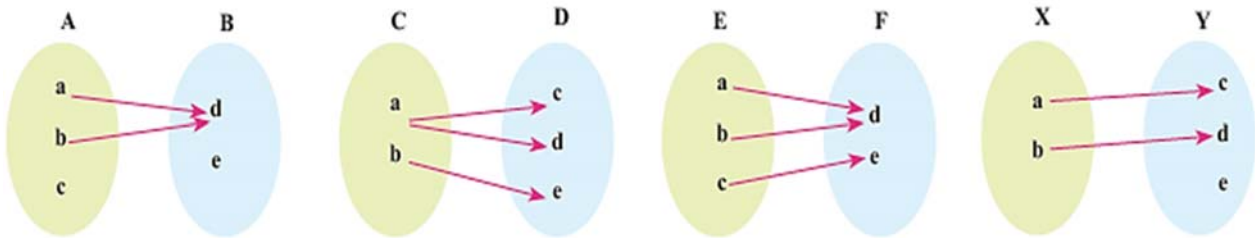
سوال : هر کدام از جاهای خالی را تکمیل نموده و بیان کنید که کدام رابطه یک تابع است؟

توصیف رابطه	مجموعه زوج های مرتب	نمودار بیکانی	جدول یا نمودار
به هر عدد طبیعی کمتر از ۴ مقسوم علیه های آن را نسبت می دهد.	$\{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3)\}$		
	$\{(2,4), (3,9), (4,16)\}$		
به اعداد ۴ و ۷ ریشه های دوم آنها را نسبت می دهد.			

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

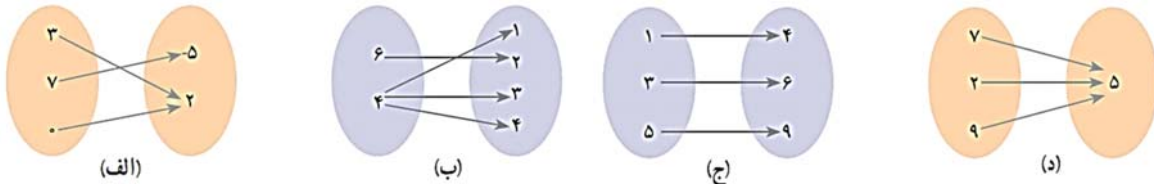
نمایش تابع از روی نمودار ون (نمودار پیکانی) : یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B که با نمودار پیکانی نمایش داده می شود تنها در صورتی تابع است که از هر عضو A **یک و تنها یک** پیکان خارج شده باشد .

سوال : کدامیک از نمودار های پیکانی زیر یک تابع است ؟

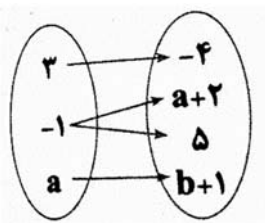


تذکر : در این روش از نمایش تابع ، ممکن است به یک عضو از مجموعه دوم چندین پیکان یا هیچ پیکانی وارد نشده باشد !!

سوال : کدامیک از نمودارهای ون داده شده مربوط به یک تابع است؟



تست : اگر نمودار ون مقابل مربوط به یک تابع باشد مقدار $a - b$ کدام است؟



۵ (د)

۸ (ج)

۳ (ب)

۶ (الف)

نمایش تابع از روی زوج مرتب : در نمایش یک رابطه با زوج های مرتب، در صورتی با یک تابع مواجه هستیم که در آن، هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه ی اول یکسان نباشند و اگر مؤلفه های اول دو زوج مرتب یکسان بودند، باید مؤلفه های دوم آن دو نیز با هم برابر باشند .

$$f = \{(4,5), (5,4), (6,3), (7,3)\} \quad \text{و} \quad g = \{(2,6), (5,4), (5,3), (7,3)\}$$

سوال : کدامیک از روابط زیر نمایش یک تابع است؟

- الف) $\{(2,1), (3,-5), (3,7)\}$ ب) $\{(0,1), (\frac{3}{5},1), (-5,1), (8,1)\}$
- ج) $\{(1,1), (2,2), (\frac{1}{3},\frac{1}{3}), (-4,-4)\}$ د) $\{(5,2)\}$
- ه) $\{(2,3), (0,-6), (0,3), (\sqrt{7},1)\}$ و) $\{(2,3), (3,2), (1,1)\}$

سوال : اگر رابطه $g = \{(2, a-b), (2,3), (1, a+b), (3,0), (1,-1)\}$ یک تابع باشد ، مقادیر a و b را بیابید.

تست: رابطه ی $f = \{(3, m^2), (2,1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟ (تجربی خارج ۸۵)

- الف) -2 ب) -1 ج) 2 د) هیچ مقدار m

تست : در رابطه ی $f = \{(2,1), (3,4), (5,1), (2,4), (3,4), (1,1)\}$ با حذف حداقل چند عضو تابع حاصل می شود؟

- الف) 2 ب) 1 ج) 3 د) هیچ عضو

سوال : اگر مجموعه A چهار عضوی و مجموعه B سه عضوی باشد. آیا می توانید یک تابع از A به B تعریف کنید؟

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

نمایش تابع از روی جدول : در این حالت بایستی **مشابه زوج مرتب** عمل کنیم.

سوال : کدامیک از جدول های زیر مربوط به نمایش یک تابع است؟

x	۲	۹	۰	۵	-۱
y	۱	۰	۲	۴	۴

(الف)

x	۱	۲	۳	۴	۵	...
y	۶	۷	۸	۹	۱۰	...

(ب)

x	$\frac{1}{3}$	-۲	۵	-۲	۷	۱۰
y	$\frac{1}{3}$	۱	۵	۴	۵	$\sqrt{2}$

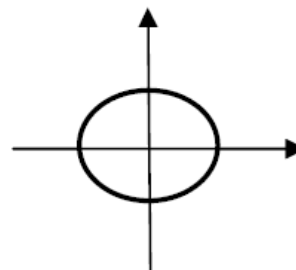
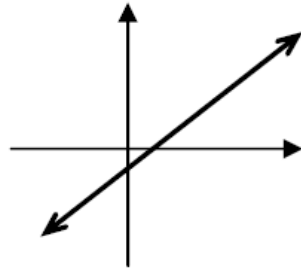
(ج)

x	۲	۸	۷	۴	۸
y	۲	۷	۷	۹	۴

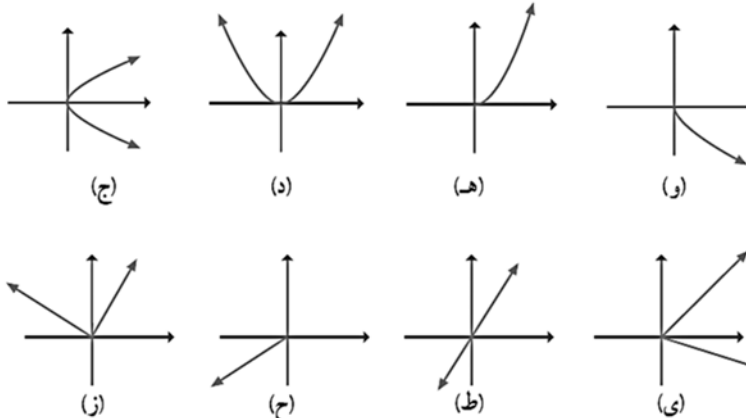
(د)

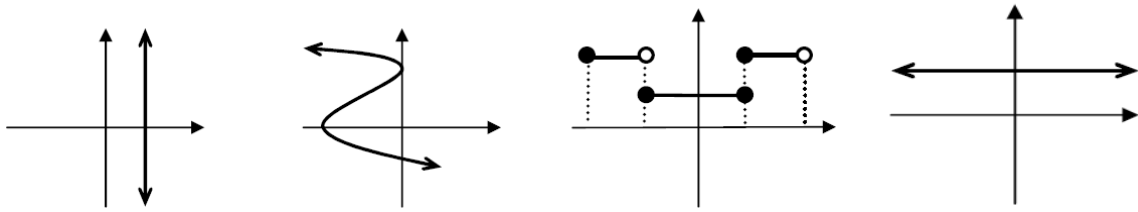
نمایش تابع از روی نمودار (هندسی یا دکارتی) : زمانی یک نمودار، نمودار تابع است که هر خط موازی محور **لها، نمودار را حداکثر** در یک نقطه قطع کند . (چرا؟)

به عنوان مثال نمودار سمت چپ تابع است و نمودار سمت راست تابع نیست.



سوال : کدامیک از نمودارهای داده شده مربوط به یک تابع است؟





برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید



۲ تعیین دامنه و برد تابع

در جدول زیر رابطه بین تعدادی چند ضلعی و مجموع زوایای داخلی آنها داده شده است. جدول را کامل کنید.

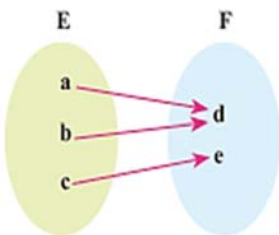
چندضلعی	مثث	مربع	لوزی	پنج ضلعی
مجموع زوایای داخلی (درجه)	180°			

حال جدول بالا را به صورت زوج مرتب کامل کنید :

تعریف : مجموعه همه مولفه های اول زوج های مرتب تشکیل دهنده هر تابع را "دامنه" و مجموعه همه مولفه های دوم را "برد" آن تابع گویند.

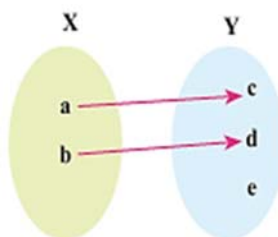
تذکر : دامنه تابع f را با D_f و برد تابع f را با R_f نمایش می دهند.

الف) تعیین دامنه و برد به کمک نمودار ون : در صورتی که یک رابطه به کمک نمودار ون تابع باشد مجموعه تمام اعضای مجموعه اول که پیکان از آنها خارج شده است را دامنه و اعضای از مجموعه دوم را که پیکان به آنها وارد شده است را برد گویند. به عنوان مثال :



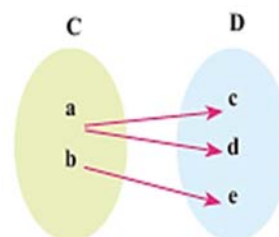
$$D_f = \{a, b, c\}$$

$$R_f = \{e, d\}$$



$$D_f = \{ \quad \}$$

$$R_f = \{ \quad \}$$



ب) تعیین دامنه و برد به کمک زوج مرتب: اگر یک رابطه به صورت زوج مرتب تابع باشد، مجموعه مولفه اول تمام زوج های مرتب، دامنه و مجموعه مولفه های دوم تمام زوج های مرتب را برد گویند به عنوان مثال:

$$f = \{(2,1), (3,4), (5,-1), (-2,4), (1,-5)\} \rightarrow \begin{cases} D_f = \{2,3,5,-2,1\} \\ R_f = \{1,4,-1,-5\} \end{cases}$$

سوال: اگر رابطه $f = \{(a-1,2), (5, a-2), (a-2, b+3), (3,5), (5,3), (6, b+2)\}$ تابع باشد آنگاه برد تابع را بیابید.

ج) تعیین دامنه و برد به کمک جدول: در این حالت مشابه زوج مرتب عمل می کنیم، به عنوان مثال:

x	۲	۹	۰	۵	-۱
y	۱	۰	۲	۴	۴

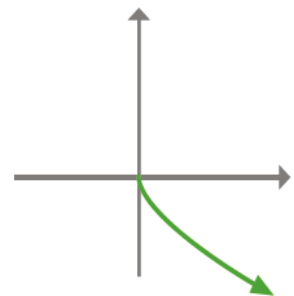
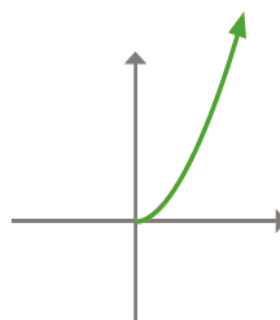
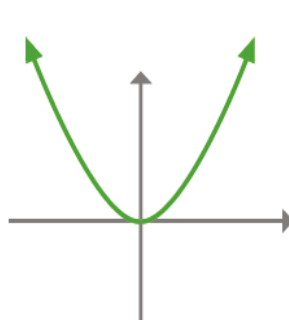
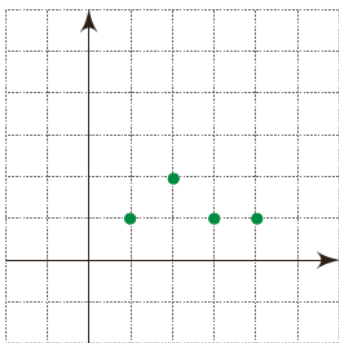
(الف)

x	۱	۲	۳	۴	۵	...
y	۶	۷	۸	۹	۱۰	...

(ب)

د) تعیین دامنه و برد به کمک نمودار: اگر یک رابطه تابع باشد که به کمک نمودار نمایش داده شده باشد، مجموعه تصویر تمام نقاط نمودار روی محور طول ها دامنه و مجموعه تصویر تمام نقاط روی محور عرض ها برد نام دارد.

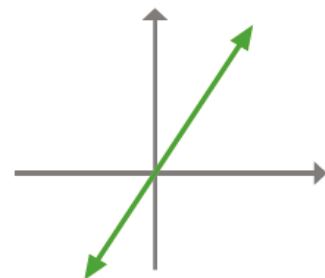
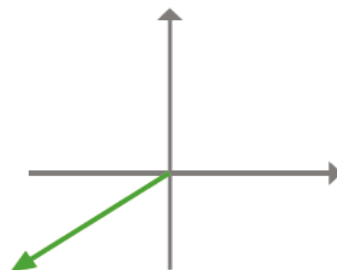
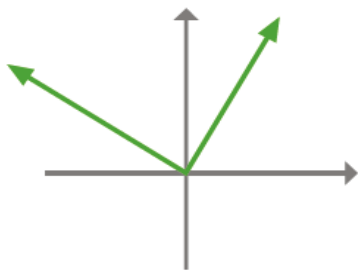
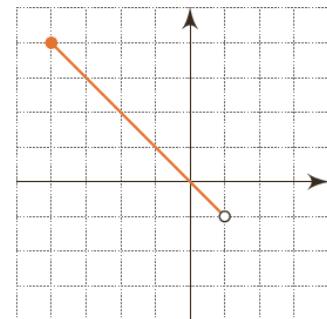
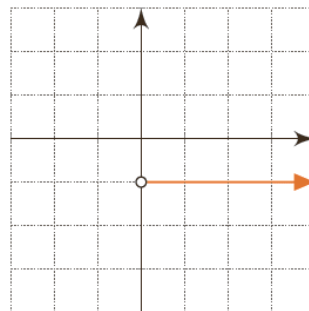
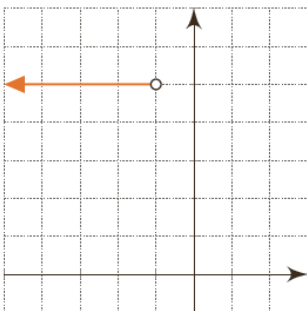
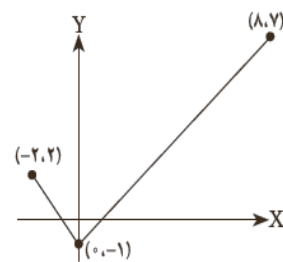
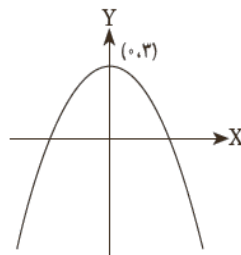
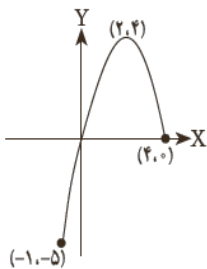
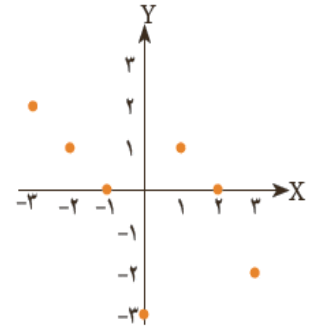
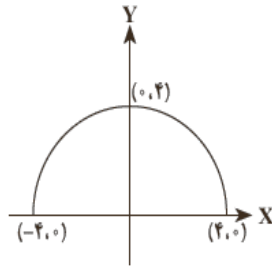
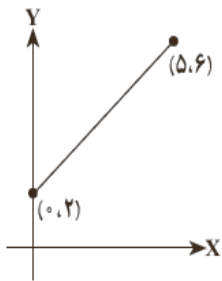
سوال: در شکل های زیر دامنه و برد را تعیین کنید:



$D_f = \{ \quad \quad \quad \}$ $D_f =$

$R_f = \{ \quad \quad \quad \}$ $R_f =$

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید



سوال: تابعی مثال بنویس که:

الف) دامنه آن تنها شامل دو عضو باشد.

ب) برد آن تنها از یک عضو تشکیل شده باشد.

پ) دامنه آن تنها یک عضو داشته باشد.

ت) دامنه آن نامتناهی باشد، ولی برد آن تنها یک عضو داشته باشد.

ث) دامنه و برد آن نامتناهی باشند.

ج) تابعی مثال بنویس که دامنه آن سه عضو و برد آن دو عضو داشته باشد.

چ) آیا تابعی وجود دارد که دامنه آن دو عضو و برد آن سه عضو داشته باشد؟

بررسی یک فعالیت: دنباله شکل های زیر را در نظر بگیرید:

شکل اول



شکل دوم



شکل سوم



شکل چهارم



...

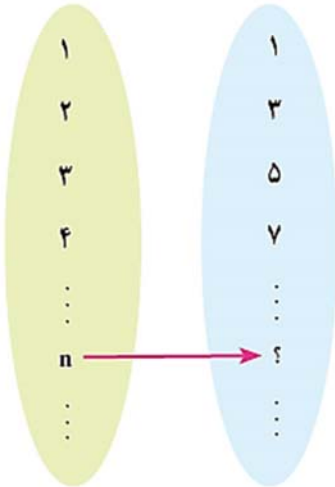
...

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

الف) جدول زیر را کامل کنید.

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	۱۰۰	...	n	...
تعداد دایره‌ها	۱	۳				

ب) نمودار ون مربوط به آن را کامل کنید:



ج) به نظر شما چنین دنباله ای تابع است؟ آیا می توانید جمله عمومی آن را بنویسید؟

د) نمودار مختصاتی مربوط به آن را رسم کنید، سپس دامنه و برد تابع را مشخص کنید.

و) نمایش جبری یک تابع (ضابطه)

در مثال بالا عضو ۱ از دامنه به عضو ۱ از برد نظیر شده است لذا می توانیم بنویسیم $f(1) = 1$ و عضو ۲ از دامنه به عضو ۳ از برد نظیر شده است پس $f(2) = 3$ و به همین ترتیب می توان گفت که $f(n) = 2n - 1$ است. این گونه نمایش یک تابع را، نمایش جبری گویند حال اگر متغیر x را جایگزین متغیر n کنیم آنگاه داریم

$$f(x) = 2x - 1$$

در حالت کلی نمایش جبری یک تابع به صورت $y = f(x)$ است که کار را برای ما ساده تر می کند، توجه کنید که $f(x)$ به مفهوم $f \times (x)$ نیست.

سوال: مساحت یک مربع به طول ضلع x را به صورت ضابطه یک تابع بنویسید. سپس مقدار مساحت به ازای $x = 3$ را محاسبه کنید.

سوال: ضابطه تابعی برای مساحت دایره به شعاع x بنویسید. سپس مقدار مساحت به ازای $x = 3$ را محاسبه کنید.

تعریف ضابطه: اگر f یک تابع باشد و $(x, y) \in f$ در این صورت می‌نویسیم $y = f(x)$ ، که x را متغیر مستقل و y را متغیر وابسته به x می‌نامیم و $y = f(x)$ را ضابطه تابع می‌گوییم. به عنوان مثال: $y = x^3$ یا $f(x) = x^3$

سوال: آیا می‌توانید برای زوج مرتب $f = \{(2, 3), (3, 5), (5, 9), (-2, -5)\}$ یک ضابطه پیشنهاد دهید؟

تذکر: گاهی تابع را به صورت $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$ نمایش می‌دهند.

یافتن مقدار یک تابع: برای یافتن مقدار تابع $y = f(x)$ در نقطه $x = a$ کافی است، به جای x مقدار a را در ضابطه تابع قرار دهیم و حاصل را بیابیم به عنوان مثال:

$$f(x) = 2x^2 - 1 \rightarrow f(3) = 2(3)^2 - 1 = (2 \times 9) - 1 = 18 - 1 = 17$$

سوال: با توجه به تابع $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = (x - 3)^2$ مقادیر زیر را بیابید.

الف) $4f(2) + 3g(-1) =$

ب) $\frac{f(0) + 2g(0)}{2g(1)} =$

پ) $4f(x) + 3g(x) =$

ت) $f(f(1)) =$

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

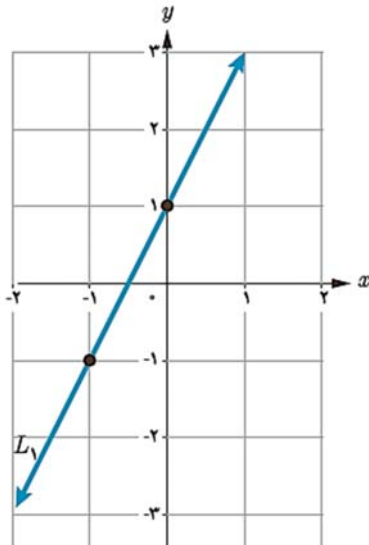
سوال: اگر $f(x) + f(-1) = 5x - 1$ آنگاه مقدار $f(1)$ را بیابید.

سوال: اگر $f(x) = x + a$ و $g(x) = 2x - b$ باشد و $f(g(2)) = g(f(3))$ در این صورت مقدار a را بیابید.

سوال: طول یک مستطیل ۳ واحد بیشتر از عرض آن است. رابطه ای ریاضی بنویسید که محیط این مستطیل را بر حسب تابعی از عرض آن بیان کند.

سوال: نمودار تابعی را رسم کنید که دامنه آن $[0, 2]$ و برد آن $[-2, 1]$ باشد. چه تعداد از اینگونه توابع می توان رسم کرد؟

۱.۲ تابع خطی



تعریف: هر تابع که بین مولفه اول و دوم آن یک رابطه خطی (درجه اول) موجود باشد، آن را تابع خطی گویند. هر تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است که توان متغیر عدد یک است. در این رابطه، a را شیب و b را عرض از مبدا نامند. توابع $f(x) = 2x - 3$ و $y = \frac{1}{3}x - \sqrt{2}$ نمونه هایی از یک تابع خطی اند. رسم تابع خطی: برای رسم یک تابع خطی وجود دو نقطه دلخواه کافی است.

سوال: نمودار هر کدام از خطوط زیر را رسم کنید:

الف) $f(x) = 2x - 4$ ب) $g(x) = -3x + 1$

جزوه آموزشی مبحث تابع

آموزشگاه علمی آینده سازان

درس دوم: تعیین دامنه و برد تابع

نتیجه: دامنه تابع خطی $f(x) = ax + b$ برابر با و برد آن نیز برابر با خواهد بود.
سوال: در هر کدام از حالت های زیر نمودار تابع خطی $y = 2x$ را رسم کنید.

	(الف)	(ب)	(پ)	(ت)
تابع	$f(x) = 2x$	$g(x) = 2x$	$h(x) = 2x$	$y = 2x$
دامنه	$\{1, 2, 3, 4\}$	مجموعه اعداد حقیقی	$[2, 3]$	مجموعه اعداد حقیقی نامنفی
برد	?	مجموعه اعداد حقیقی	?	?

تست: فرض کنید که $f(x) = ax + b$ یک تابع خطی باشد طوری که $f(x+2) = f(x) + 2$ و $f(2) = 5$ در این صورت مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- الف) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\frac{1}{6}$ د) $\frac{1}{4}$

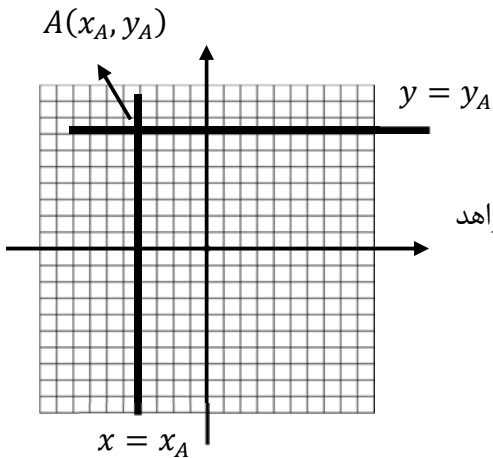
تست: در تابع خطی f داریم: $f(-2) = 1$ و $f(x+2) = 3 + f(x)$ در این صورت مقدار $f\left(\frac{2}{3}\right)$ کدام است؟

- الف) 3 ب) 4 ج) 5 د) 2

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

بررسی دو حالت خاص (خطوط موازی با محورهای مختصات):

اگر یک خط از نقطه ی $A(x_A, y_A)$ بگذرد که:



الف) موازی محور عرض ها باشد آنگاه معادله ی آن به صورت $x = x_A$ خواهد بود.

ب) موازی محور طول ها باشد آنگاه معادله ی آن به صورت $y = y_A$ خواهد بود.

سوال: نمودار هر کدام از خطوط زیر را رسم کنید.

الف) $x = 1$ ب) $y = -2$

نتیجه:

الف) همان طور که مشاهده شد خطوط $x = a$ موازی محور هستند. این خطوط تابع نیستند.

الف) همان طور که مشاهده شد خطوط $y = b$ موازی محور هستند. این خطوط تابع هستند.

۲.۲ روش تعیین معادله تابع خطی به فرم استاندارد $y = mx + h$

حالت اول: در این روش دو نقطه از خط به ما داده می شود که با جایگذاری درون معادله خط به جای x, y و ایجاد دستگاه معادلات خط دو مجهولی می توان مقادیر شیب خط و عرض از مبدا را یافت. به سوال زیر توجه کنید.

سوال: معادله خطی را بنویسید که از نقاط $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ بگذرد.

حالت دوم: در این روش شیب و یک نقطه از خط به ما داده می شود که باز به کمک جایگذاری در معادله خط عرض از مبدا را می یابیم.

سوال: معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A = (-3, 2)$ بگذرد و شیب آن برابر 5 باشد.

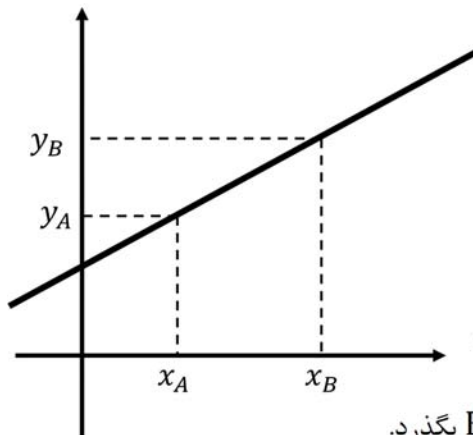
سوال: معادله خطی را بنویسید که از نقاط $A = [-1, 1]$ و $B = [3, 1]$ بگذرد.

۳.۲ روش تعیین معادله خط به فرم $y - y_0 = m(x - x_0)$

حالت اول: در این روش اگر دو نقطه از خط به ما داده شده باشد، ابتدا شیب خط را به کمک رابطه شیب که در زیر نحوه محاسبه آن توضیح داده شده است را می یابیم:

شیب خط: همان طور که می دانیم شیب یک خط گذرنده از دو نقطه $A = (x_A, y_A)$, $B = (x_B, y_B)$ برابر

است با نسبت جابجایی عمودی بر جابجایی افقی، به عبارت دیگر با توجه به شکل رسم شده شیب خط برابر است با:



$$m_{AB} = \text{شیب خط}$$

پس از محاسبه شیب با جایگذاری یکی از نقاط به دلخواه، در معادله ی

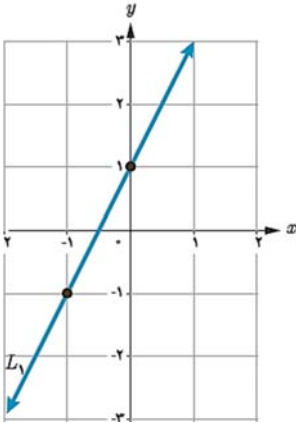
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

به جای x_0 و y_0 معادله را ساده می کنیم.

سوال: معادله خطی را بنویسید که از نقاط $A = [-1, 1]$ و $B = [-2, 2]$ بگذرد.

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

سوال: معادله تابع خطی رسم شده را بنویسید.



سوال: در یک تابع خطی میدانیم که: $f(2) = 11$ و $f(0) = 7$ نمودار این تابع را رسم کنید و نمایش جبری آن را بنویسید.

تست: به ازای کدام k ، سه نقطه $(1, 3)$ و $(2, -1)$ و $(4, k)$ از یک تابع خطی است؟

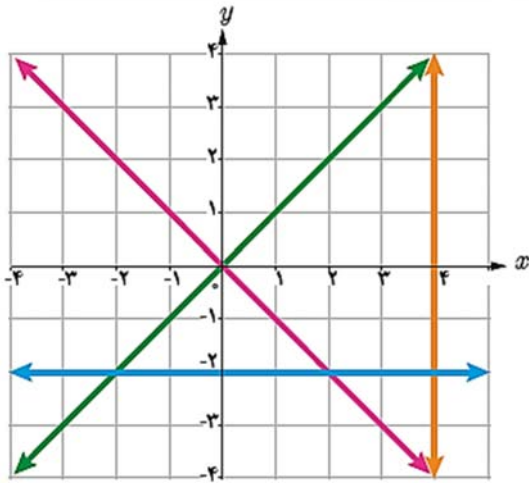
الف) ۹ ب) ۱۶ ج) -۹ د) -۱۶

یادآوری: هرگاه از سمت چپ محور طول ها به سمت راست حرکت کنیم و ارتفاع افزایش یابد شیب مثبت است و ارتفاع ثابت بماند، شیب صفر است و ارتفاع کاهش یابد، شیب منفی خواهد بود.

حالت دوم: در این حالت شیب و یک نقطه از خط داده می شود که با جایگذاری در معادله به جای m و x_0 و y_0 معادله را ساده می کنیم.

سوال: معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A = (-3, \frac{2}{3})$ بگذرد و شیب آن برابر ۳- باشد.

سوال: با توجه به شکل داده شده معادله خطوط را بیابید.



جمع بندی:

شیب خطوط موازی محور طول ها برابر است.

شیب خطوط موازی محور عرض ها برابر است.

معادله خط نیمساز ربع اول و سوم به صورت است.

معادله خط نیمساز ربع دوم و چهارم به صورت است.

تذکر: یکی دیگر از حالت های نمایش معادله یک خط به صورت $ax + by + c = 0$ است که ضرایب a, b به صورت همزمان نمی توانند صفر باشند به عبارتی دیگر $a^2 + b^2 \neq 0$ است، که در آن شیب برابر و عرض از مبدا نیز برابر با خواهد بود.

نکته: عرض از مبدا همان محل برخورد نمودار با محور عرض هاست پس برای محاسبه آن کافی است $x = 0$ را در معادله قرار دهیم.

نکته: طول از مبدا همان محل برخورد نمودار با محور طول هاست که برای محاسبه آن کافی است $y = 0$ را در معادله قرار دهیم.

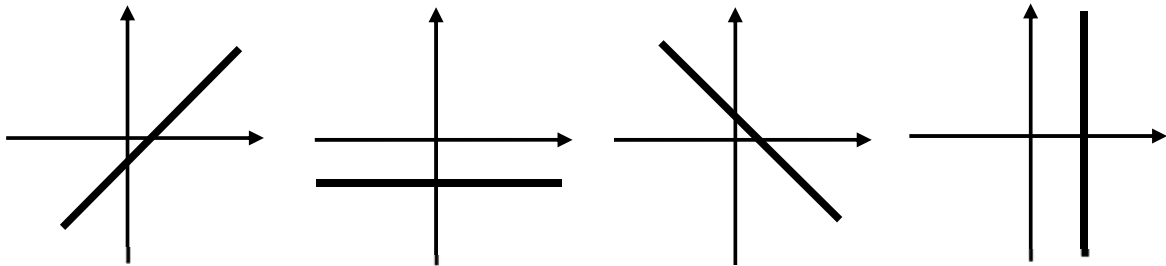
سوال: محل برخورد خط $2y = -3x + 1$ با محورهای مختصات را یافته، سپس آن را رسم کنید.

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

نکته: معادله خطی که هر دو محورهای مختصات، یعنی طول و عرض را به ترتیب در نقاط m و n قطع می کند به صورت $1 = \frac{x}{m} + \frac{y}{n}$ خواهد بود. (دلیل درستی این مطلب را نشان دهید)

سوال: معادله خطی که محور y را در نقطه ای به عرض -3 و محور x را در نقطه ای به طول 2 قطع می کند، بیابید.

۱.۳.۲ نتیجه: حالت های مختلف خط راست



خط با شیب تعریف نشده خط با شیب منفی $tana < 0$ خط با شیب صفر $tana = 0$ خط با شیب مثبت $tana > 0$

سوال: برای اندازه گیری دما از واحدهای **سانتی گراد** و **فارنهایت** استفاده می شود. که با رابطه

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

الف) -20 درجه سانتی گراد، چند درجه سلسیوس است؟

ب) 104 درجه سانتی گراد، چند فارنهایت است؟

پ) معادله ای بنویسید که سانتی گراد را برحسب فارنهایت به دست آورد.

ت) آیا رابطه بین این دو واحد، یک تابع خطی را معلوم می کند؟



۳ انواع توابع

۱.۳ توابع چند جمله ای

یک تابع خطی چون $f(x) = 2x - 1$ و تابع درجه دوم $f(x) = 2x^2 + 1$ یا $f(x) = 2x^2 + 2x^2 + x$ و $f(x) = \frac{9}{5}x^4 + \sqrt{2}x^2 + 1$ مشابه آنها که چند جمله ای هستند را تابع چند جمله ای گویند.

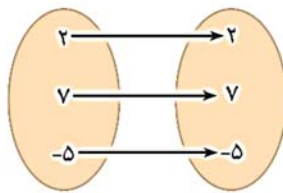
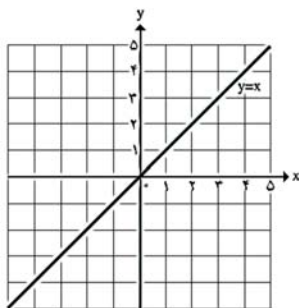
تعریف: توابعی را که نمایش جبری آنها، **چند جمله ای جبری** از یک متغیر هستند، توابع چند جمله ای می نامیم.

دامنه ی تابع $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ برابر با مجموعه اعداد حقیقی است. به عنوان مثال $y = x + 1$, $y = 10$, $y = x^3 + 2x - 3$, $y = (2x - 3)(x + 2)$ توابع چند جمله ای اند. که دامنه همگی برابر با کل اعداد حقیقی است.

سوال: یک تانکر از یک استوانه و دو نیم کره به شعاع r در دو انتهای آن، تشکیل شده است. اگر ارتفاع استوانه 30 متر باشد، حجم تانکر را بر حسب تابعی از r مشخص کنید.

۱.۱.۳ بررسی تابع همانی و ثابت

تابع همانی: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد و هر عضو از دامنه تابع، دقیقاً به همان عضو در برد نظیر

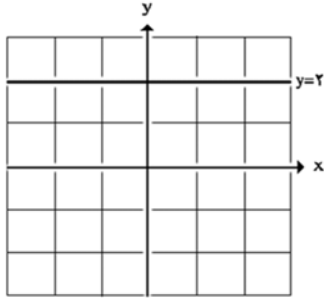


شود، تابع را همانی گویند. به طور کلی تابع $y = x$ یا $f(x) = x$ را تابع همانی (نیمساز ربع اول و سوم) گویند طوری که دامنه آن برابر کل اعداد حقیقی و برد آن برابر با کل اعداد حقیقی است.

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

تست: اگر تابع $f(x) = \frac{mx^2 - nx + p}{2x + 3}$ ، تابع همانی باشد ، حاصل $\frac{m+n}{p+1}$ کدام است؟

- (الف) ۱- (ب) ۱ (ج) صفر (د) ۲-



تابع ثابت: تابعی مانند f را که برد آن شامل یک عضو باشد تابع ثابت گوئیم. به طور کلی تابع $f(x) = c$ ، $c \in \mathbb{R}$ را تابع ثابت گویند طوری که دامنه ی آن برابر کل اعداد حقیقی و برد آن برابر با $\{c\}$ است. نمودار هر تابع خطی موازی با محور طول ها خواهد بود.

سوال: به کمک نمودار ون مثالی از یک تابع ثابت بنویسید.

سوال: نمودار خط $x = 2$ را رسم کنید. آیا مربوط به یک تابع ثابت است؟

سوال: آیا هر تابع خطی ، یک خط است ؟ عکس آن چطور؟

تست: اگر تابع $f = \{(2, 2a + b), (3, 6), (5, 3a - b)\}$ ، یک تابع ثابت باشد. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (الف) ۳ (ب) ۲/۴ (ج) ۳/۶ (د) ۲/۶

تست: اگر تابع $f(x) = \frac{(a+2)x^2 - bx + 2c - 1}{x^2 + x + 4}$ برای هر x حقیقی به تابع ثابت $y = 3$ تبدیل شود ، حاصل

$\frac{a}{b+2c}$ کدام است؟

- (الف) ۵/۰ (ب) ۱/۰ (ج) ۲/۰ (د) ۸/۰

سوال : برای هر مورد مثالی به دلخواه ارائه کنید.
الف (مثالی از یک تابع چند جمله ای ارائه کنید.

ب (یک تابع همانی مثال بزنید که دامنه آن $\{1, 2, \alpha, \beta\}$ باشد.

پ (یک تابع مثال بزنید که دامنه و برد آن برابر باشند؛ ولی تابع همانی نباشد.

ت (مثالی از یک تابع ثابت ارائه کنید که دامنه آن ۵ عضوی باشد.

ج (مثالی از تابع ثابت در دنیای واقعی ارائه کنید.

تست : اگر f تابع همانی و g تابع ثابت باشد طوری که $f(2) + g(-1) = 5$ ، حاصل $f(-4) + g(10)$ کدام است ؟

الف) ۵- (ب) ۱- (ج) صفر (د) ۶

تست : نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax + b$ ، نیمساز ربع اول و سوم را با طول ۲ و محور عرض ها را با عرض ۴- قطع می کند، حاصل $a - b$ کدام است؟

الف) ۱- (ب) ۳ (ج) ۴- (د) ۳-

تذکر: اگر نمایش جبری تابعی داده شده باشد؛ ولی دامنه آن مشخص نشده باشد، معمولاً بزرگ ترین مجموعه ممکن را دامنه در نظر می گیریم. در غیراین صورت باید دامنه را به طور دقیق مشخص کنیم.

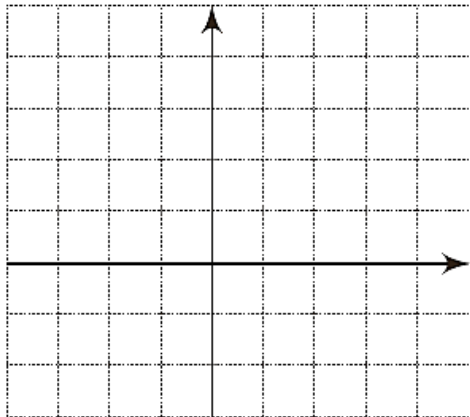
برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

سوال: نمودار توابع داده شده را در دامنه ذکر شد رسم کنید.

تابع	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2$	$h(x) = x^2$	$t(x) = x^2$
دامنه	$\{-2, 0, 1, 2\}$	$[-2, 3]$	مجموعه اعداد حقیقی منفی	مجموعه اعداد حقیقی
برد				

۲.۳ تابع قدرمطلق

جدول زیر تابعی را نشان می دهد که اعداد داده شده را به قدرمطلق آن نظیر می کند. جاهای خالی را پر و نمودار تابع را رسم کنید. دامنه و برد این تابع را معلوم کنید.

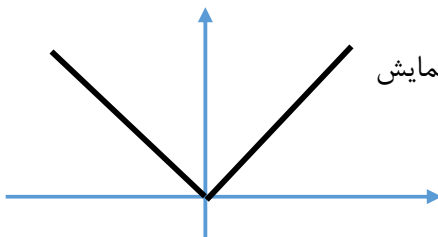


x	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	5
f(x)	2	$\frac{1}{2}$				

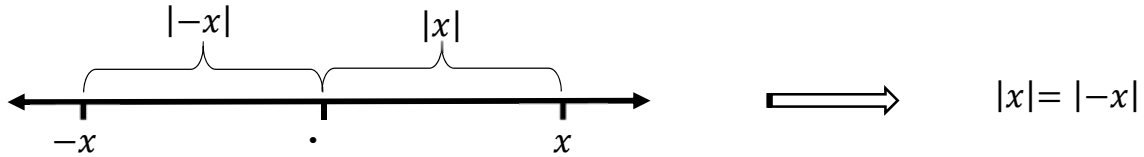
تعریف: تابعی که هر مقدار در دامنه را به قدرمطلق آن در برد نظیر

می کند، تابع قدرمطلق نامیده می شود. قدر مطلق عدد حقیقی x را با $|x|$ نمایش

داده و به صورت $f(x) = |x|$ یا $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$ نمایش



می‌دهیم که آنرا تابع قدرمطلق می‌نامند. دامنه این تابع برابر با \mathbb{R} و برد آن برابر با بازه $[0, +\infty)$ است. البته قبلا با مفهوم قدر مطلق به معنی فاصله ی نظیر یک عدد حقیقی چون x تا مبدا مختصات آشنا شده اید.



نکته: اگر $n \in \mathbb{N}$ برای هر عدد حقیقی a داریم: $\sqrt[n]{a^n} = |a|$.

تعریف: فاصله ی بین دو عدد حقیقی a و b را با $|a - b|$ یا $|b - a|$ نشان می‌دهیم.

۳.۳ توابع چند ضابطه ای

مثال: تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x - 3 & x < 0 \end{cases}$ یک تابع چند ضابطه ای یا قطعه ای است. می‌خواهیم نمودار این تابع را رسم کنیم که برای اعداد نامنفی نمودار سهمی $y = x^2$ و برای اعداد منفی نمودار خط $y = -x - 3$ است.

حال به کمک نمودار، دامنه و برد آن را مشخص کنید.

سوال: نمودار هر کدام از توابع چند ضابطه ای زیر را رسم کنید، سپس دامنه و برد آنها را مشخص کنید. سپس مقادیر $f(3)$ و $g(-2)$ و $h(\sqrt{5})$ را محاسبه کنید.

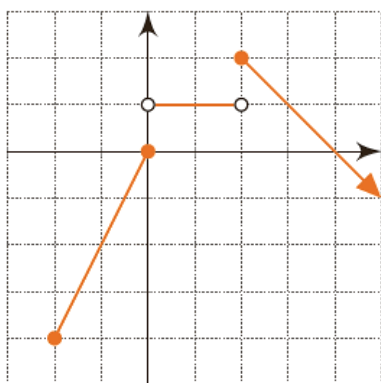
$$f(x) = \begin{cases} -1 & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x-4 & x > 1 \\ \frac{5}{2} & x = 1 \\ -x & -4 \leq x < 1 \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} 2x & 2 \leq x \leq 3 \\ 5 & x < -1 \end{cases}$$

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

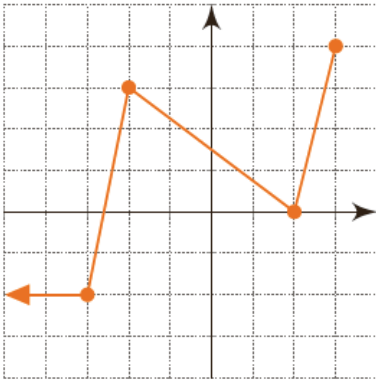
سوال: نمودار توابع زیر را رسم کنید، مقادیر $f(0)$ و $g(0)$ و $f(f(5))$ را بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 1 \\ 3x + 1 & x > 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad g(x) = \begin{cases} 2x - 5 & x > 2 \\ 1 & -3 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}x & x \leq -3 \end{cases}$$

سوال: نمودار تابع قطعه ای f داده شده است. ضابطه آن را بدست آورید، سپس دامنه و برد آن را بنویسید.



سوال: نمودار تابع قطعه ای f داده شده است. ضابطه آن را بدست آورید، سپس دامنه و برد آن را بنویسید.



تذکر: هر رابطه به صورت $f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \in D_1 \\ f_2(x) & x \in D_2 \end{cases}$ در صورتی تابع است که:

الف) $f_1(x)$ و $f_2(x)$ هر دو تابع باشند. ب) دامنه ی این دو اشتراکی نداشته باشند یعنی $D_1 \cap D_2 = \emptyset$ و یا اگر نقطه اشتراکی مثل a داشته باشند، داشته باشیم $f_1(a) = f_2(a)$.

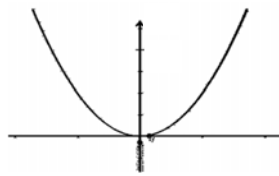
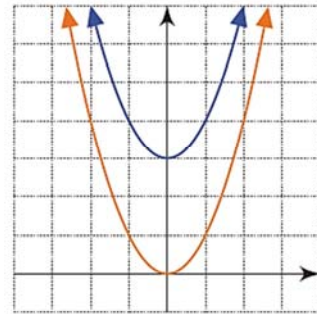
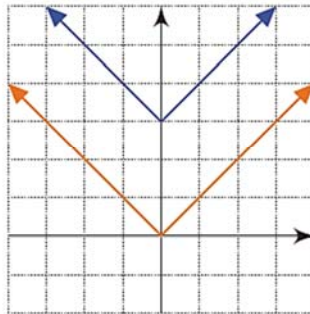
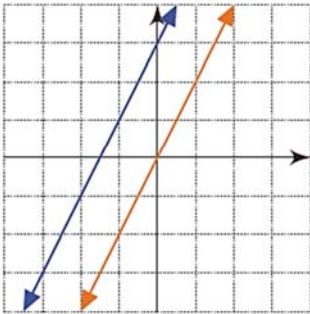
سوال: اگر رابطه f به صورت $\begin{cases} x^2 + a & x \geq -1 \\ \frac{x+3}{x+2} & x \leq -1 \end{cases}$ باشد، معین کنید در چه صورتی تابع است؟

تست: ضابطه ی تابع f به صورت $\begin{cases} x^2 + a & x \geq -1 \\ \frac{x+3}{x+2} & x \leq -1 \end{cases}$ است، نمودار $x^2 + a$ ، خط $y = -x$ را در چند نقطه قطع می کند؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) صفر

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

۴.۳ رسم برخی توابع به کمک انتقال



۱.۴.۳ رسم نمودار سهمی $y = m(x + k)^2 + n$ به کمک انتقال

همان طور که می دانیم نمودار $y = x^2$ به صورت مقابل است. حال می خواهیم به کمک همین نمودار و با حرکت آن نمودارهای دیگری را به صورت تقریبی رسم کنیم که در حل مسایل می تواند به ما کمک کند. این نوع رسم را انتقال منحنی گویند که در حالت های مختلفی قابل بررسی خواهد بود.

(۱) بررسی نقش m در حالت $y = mx^2$ (انقباض و انبساط):

$$\left\{ \begin{array}{l} m > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m = 1 \\ 0 < m < 1 \end{cases} \\ m < 0 \Rightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m = -1 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

سوال: نمودارهای $y = -x^2$ و $y = 2x^2$ و $y = -\frac{1}{3}x^2$ را رسم کنید.

۲) بررسی نقش k در حالت $y = (x + k)^2$ (انتقال افقی در راستای محور طول ها):

$$\begin{cases} k > 0 \Rightarrow \\ k < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

سوال: نمودارهای $y = -(x - 1)^2$ و $y = (x + 3)^2$ را رسم کنید.

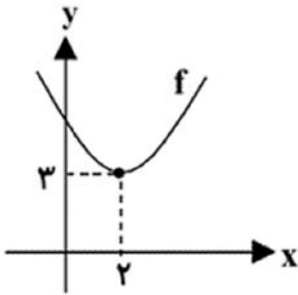
۳) بررسی نقش n در $y = x^2 + n$ (انتقال عمودی در راستی محور عرض ها):

$$\begin{cases} n > 0 \Rightarrow \\ n < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

سوال: نمودارهای $y = x^2 + 2$ و $y = -x^2 + 2$ و $y = x^2 - 4$ و $y = (x + 5)^2 - 2$ و $y = -3x^2 - 2$ و $y = -3(x - 1)^2 - 2$ را رسم کنید. در هر حالت دامنه و برد تابع را بیابید.

نکته: در حالتی که نمودار به فرم $y = a(x + b)^2 + c$ باشد نقطه ی $(-b, c)$ راس سهمی خواهد بود.

سوال: نمودار تابع $y = (x + k)^2 + m - 1$ به صورت زیر است مقادیر k و m را بیابید.



برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

نکته: در حالتی که نمودار به فرم $y = a(mx + b)^2 + c$ باشد کافی است در داخل پرانتز از m فاکتور گرفته و آن را از پرانتز خارج کرد به عنوان مثال در $y = 2(2x + 1)^2 - 4$

تست: نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 3x - 10$ را حداقل چند واحد به طرف x های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور طول ها غیر منفی باشد؟ (تجربی خارج از کشور ۹۳)

الف) ۱ ب) ۱/۵ ج) ۲ د) ۳

۲.۴.۳ رسم نمودار سهمی $y = k|x + a| + b$ به کمک انتقال

(۱) بررسی نقش k :

$$\begin{cases} k > 0 \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \\ k = 1 \\ 0 < k < 1 \end{cases} \\ k < 0 \Rightarrow \begin{cases} k < -1 \\ k = -1 \\ -1 < k < 0 \end{cases} \end{cases}$$

سوال: نمودارهای $y = 2|x|$ و $y = -|x|$ و $y = -3|x|$ را رسم کنید.

(۲) بررسی نقش a :

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow \\ a < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

مثال: نمودارهای $y = \frac{-3}{4} + |x - 1|$ و $y = |x + \frac{1}{4}|$ و $y = 2 - |x - 2|$ را رسم کنید.

(۳) بررسی نقش b :

$$\begin{cases} b > 0 \Rightarrow \\ b < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

سوال: نمودارهای $y = |x - 1| - 2$ و $y = -3|x + 4| + 2$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد را بیابید.

نکته: در حالتی که نمودار به فرم $y = k|mx + a| + b$ باشد کافی است در داخل قدرمطلق از m فاکتور گرفت و قدرمطلق آن را در k ضرب نمود.

سوال: نمودارهای $y = \frac{1}{4}|2x - 1| - 2$ و $y = 3|2x + 4|$ را رسم کنید.

تست: برد تابع با ضابطه $f(x) = 2|x - 1| - 2$ کدام است؟

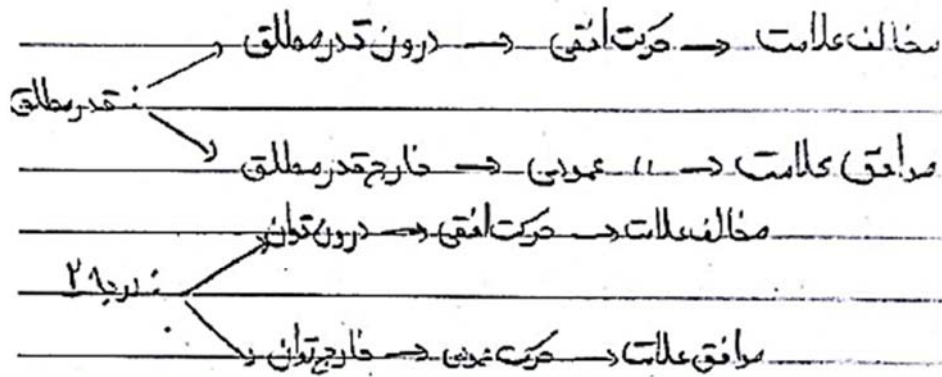
(د) $[-1, +\infty)$

(ج) $[-2, +\infty)$

(ب) $[0, +\infty)$

(الف) \mathbb{R}

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید



با داشتن نمودار تابعی مانند $f(x)$ ، می توان نمودار تابع $f(x) + k$ را با انتقال نمودار $f(x)$ به اندازه k واحد در امتداد محور y ها به دست آورد. اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت منفی خواهد بود.

برای رسم نمودار تابع $f(x+k)$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در امتداد محور x ها انتقال دهیم. اگر $k > 0$ باشد، انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ باشد، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.

تمرین در منزل : نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه ای به عرض 1 قطع کرده و از نقاط $(1, -2)$ و $(2, -3)$ نیز می گذرد، معادله ی سهمی را بنویسید. نمودار آن را رسم کنید، سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.

۳.۴.۳ محاسبه دامنه توابع (خارج از محدوده کتاب درسی)

۱- توابع چند جمله ای: دامنه ی تابع $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ برابر با مجموعه اعداد حقیقی است. به عنوان مثال $y = x^3 + 2x - 3$, $y = 10$, $y = x + 1$ توابع چند جمله ای اند.

۲- توابع گویا: تابع $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ را یک تابع گویا می گوئیم که در آن p و q دو چند جمله ای هستند.

دامنه ی این تابع برابر است با کل اعداد حقیقی بجز (منهای) ریشه های مخرج. یعنی:

$$D_f = \mathbb{R} - \{x | q(x) = 0\}$$

سوال: در هر کدام از توابع زیر، دامنه ی تابع را بیابید.

$$y = \frac{x-1}{x+1} \quad , \quad y = \frac{x^2-3}{|x|+2} \quad , \quad y = \frac{x^2-3}{|x|+2} \quad , \quad y = \frac{2}{x^2+1} \quad , \quad y = \frac{3x}{x^3-8}$$

تست: اگر دامنه ی تابع $y = \frac{3x-2}{x^2+mx+n}$ برابر $\mathbb{R} - \{3\}$ باشد حاصل $m+n$ کدام است؟

الف) ۶- ب) ۳- ج) ۳ د) ۶

۳- توابع رادیکالی: دامنه ی تابع گنگ g با ضابطه $g(x) = \sqrt[n]{p(x)}$ دو حالت دارد:

الف) اگر n عددی فرد باشد، دامنه ی تابع برابر با دامنه تابع $p(x)$ است.

ب) اگر n عددی زوج باشد دامنه تابع محدوده ای است که $p(x) \geq 0$.

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

سوال: در هر کدام از توابع زیر، دامنه ی تابع را بیابید.

$$y = \sqrt{x^3 + 8} \quad , \quad y = \sqrt{x^2 + x} \quad , \quad y = \sqrt{\frac{x}{x+1}} \quad , \quad y = \sqrt[3]{\frac{2}{x^2+1}}$$

تست: دامنه ی تابع $y = \sqrt{|4-x|(9-x^2)}$ کدام است؟

الف) $\mathbb{R} - (-3, 3)$ (ب) $[-3, 3]$ (ج) $[-3, 4] \cup \{-4\}$ (د) $[-3, 3] \cup \{4\}$

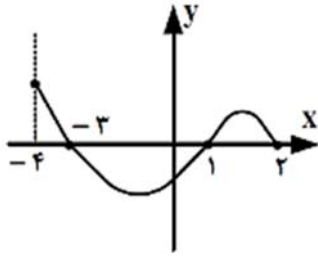
تست: اگر عبارت $f(x) = \sqrt[4]{\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2}} + \sqrt{2x - x^2}$ عدد حقیقی باشد مقادیر x کدام است؟ (تجربی خارج ۹۶)

الف) $[\frac{2}{3}, 2)$ (ب) $[\frac{-2}{3}, \frac{2}{3}]$ (ج) $[\frac{-2}{3}, 0) \cup (0, 2]$ (د) $[\frac{-2}{3}, 0) \cup (0, \frac{2}{3}]$

تست: اگر $f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$ دامنه تابع $f(-x)$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۲)

الف) $x \leq 1$ (ب) $x \geq 1$ (ج) $x \geq -1$ (د) $x \leq -1$

تست: شکل رو به رو نمودار تابع $f(x)$ است، دامنه ی تابع $\sqrt{xf(x)}$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۲)



الف) $[0, 2]$

ب) $[-3, 2]$

ج) $[-4, -3] \cup [1, 2]$

د) $[-3, 0] \cup [1, 2]$

تست: دامنه ی تابع $y = \frac{\sqrt{x(x^2-1)}}{|x|+x}$ کدام است؟

الف) $-1 \leq x < 0$ (ب) $0 < x \leq 1$ (ج) $x > 1$ (د) $x \geq 1$

تست: مجموعه جواب نامعادله $-1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3$ به کدام صورت است؟ (سراسری تجربی ۹۶)

الف) $x < 3$ (ب) $x < \frac{1}{3}$ (ج) $\frac{-1}{3} < x < 3$ (د) $\frac{1}{3} < x < 3$

تست: اگر دامنه تابع $y = \frac{x}{x^2+ax+1}$ برابر با \mathbb{R} باشد، حدود a کدام است؟

الف) $-1 < a < 1$ (ب) $-2 < a < 2$ (ج) $0 < a < 2$ (د) $0 < a < 1$

تست: دامنه ی تابع $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام فاصله است؟

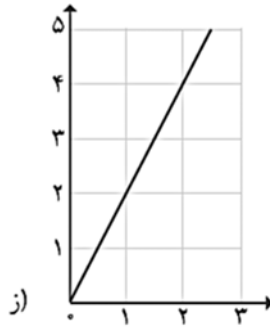
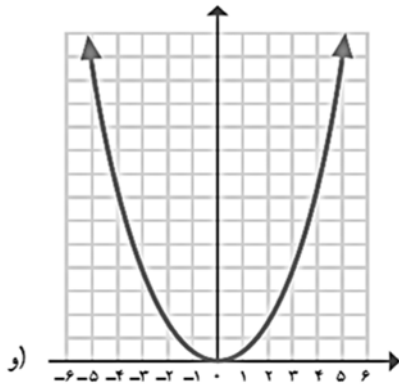
الف) $(0, 1]$ (ب) $(0, 3)$ (ج) $[1, 2]$ (د) $(2, 3)$

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

۴.۴.۳ برد توابع

مجموعه ی همه ی مؤلفه های دوم زوج های مرتب تشکیل دهنده ی تابع f را " برد تابع " می نامند و آن را با R_f نشان می دهند. به بیان دیگر برد یک تابع مجموعه ی همه ی خروجی های آن تابع است. همچنین در نمودار تابع محور عرض ها نشان دهنده ی برد تابع است.

سوال: در شکل های مقابل برد تابع را بیابید.



سوال: تابعی مثال بزنید که:

- الف) دامنه ی آن تنها شامل دو عضو باشد.
- ب) برد آن تنها از یک عضو تشکیل شده باشد.
- ج) دامنه ی آن تنها یک عضو داشته باشد.
- د) دامنه ی آن نامتناهی باشد ولی برد آن تنها یک عضو داشته باشد.
- ه) دامنه و برد آن نامتناهی باشند.