



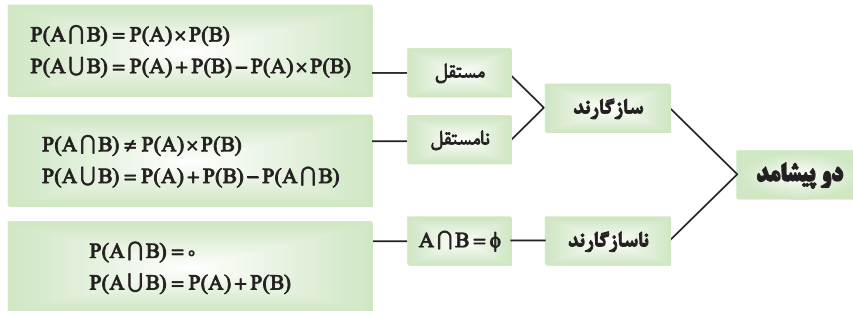
کنکور آسان است  
**KONKURSARA**

 /konkursara

 @konkursara\_official

021-55756500  
www.konkursara.com

## یاد آوری



۱۳۴) در جعبه‌ای ۶ لامپ سالم و ۴ لامپ معیوب وجود دارد. ۳ لامپ به تصادف و هم زمان خارج می‌کنیم، احتمال آن که لامپ‌ها از یک نوع باشند را بیابید.  پاسخ:

$$n(S) = \binom{10}{3} = 120$$

$$n(A) = \binom{4}{3} \binom{6}{0} + \binom{6}{3} \binom{4}{0} = 4 + 20 = 24 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

۱۳۵) دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم احتمال آن که یکی سفید و دیگری قرمز باشد چقدر است؟  پاسخ:

اولی سفید دومی قرمز

چون گفته متوالی و بدون جایگذاری از روش ضرب تناسب‌ها می‌بریم.

$$P(D) = \frac{3}{14} \times \frac{5}{13} + \frac{5}{14} \times \frac{3}{13}$$

اولی قرمز دومی سفید

۱۳۶) احتمال قبولی کنکور نفر اول  $\frac{2}{5}$  و احتمال قبولی نفر دوم  $\frac{3}{7}$  است.

الف) احتمال اینکه فقط نفر دوم در کنکور قبول شود.

ب) احتمال اینکه هیچکدام قبول نشوند را بدست آورید.

پاسخ:

قبولی نفر اول ربطی به قبولی نفر دوم ندارد یعنی مستقل اند، هم چنین متمم این پیشامدها نیز مستقل اند

$$\text{الف) } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{7} = \frac{9}{35}$$

$$\text{ب) } P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = \left(1 - \frac{2}{5}\right) \left(1 - \frac{3}{7}\right) = \frac{12}{35}$$

۱۳۷) احتمال آن که شخص A تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند  $\frac{1}{8}$  و احتمال آن که شخص B تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند  $\frac{1}{6}$  است، چقدر احتمال دارد:

الف) هر دو تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کنند.

ب) حداقل یکی از آنها تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند.

پاسخ:

بیماری شخص A ربطی به بیماری شخص B ندارد یعنی از هم مستقل اند. هر دوی آنها بعد از ۲۰ سال ناراحتی قلبی بگیرند یعنی اشتراک، حداقل یکی از آنها ناراحتی بگیرد یعنی اجتماع.

$$\text{الف) } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

$$\text{ب) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}\right) = \frac{19}{100}$$

## فرمول احتمال کل یا قانون جمع احتمال ها

اگر فضای نمونه ای S به پیشامد های  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n$  افراز شده باشد. یعنی:

$$A_i \cap A_j = \phi$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = S$$

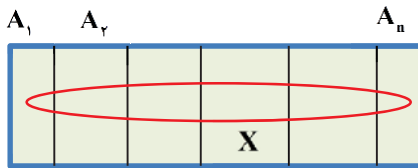


## قانون جمع احتمال ها

در بعضی از مسایل احتمال، فضای نمونه ای به چند قسمت تقسیم می‌شوند. مثلاً مردان و زنان - طرف‌ها و کیسه‌ها و....

فرض کنید  $A_1, A_2, \dots, A_n$  پیشامد هائی از فضای نمونه ای S باشند به طوری که  $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = S$  و این پیشامدها دو به دو ناسازگار باشند یعنی اشتراک نداشته باشند. و اگر X یک پیشامد دلخواه از S باشد در این صورت داریم از قانون جمع احتمال استفاده می‌شود. البته هنگامی که پیشامدی مانند X با چندین پیشامد دیگر مانند  $A_1, A_2, \dots, A_n$  (( که فضای نمونه را افراز نموده اند )) اشتراک داشته باشد.

$$P(X) = p(A_1)p(x|A_1) + p(A_2)p(x|A_2) + \dots + p(A_n)p(x|A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(X|A_i)$$



اگر فضای نمونه ای چند قسمتی باشد، مثل زنان و مردان، طرف‌ها و کیسه‌های مختلف، شهری و روستایی و کارخانه ها و دستگاه‌های مختلف، حالت‌های متفاوت و..... احتمال به پیشامد مثل X در این فضا بقواعد از فرمول بالا به دست استفاده می‌کنیم

برای حل این مسایل می‌توانیم از نمودار درختی استفاده کنیم به طوری که اعداد موجود در هر شاخه از درخت را در هم ضرب نموده و اگر از شاخه‌ای به شاخه‌ی دیگر برویم اعداد آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

۱۳۸) ۶۰ درصد جمعیت کشوری را مردان که ۷۰ درصد آن‌ها با سوادند و بقیه جمعیت زنان، با ۶۰ درصد سواد می‌باشند، چند درصد جمعیت باسواد هستند؟

☑ پاسخ:

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)$$

$$P(B) = \frac{60}{100} \times \frac{70}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{60}{100} = \frac{66}{100}$$

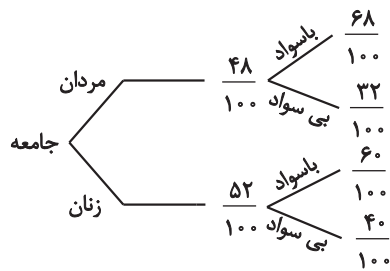
۱۳۹) طبق تحقیقات پزشکی احتمال تولد غیر طبیعی برای پسر  $\frac{21}{100}$  و برای دختر  $\frac{18}{100}$  است احتمال این که فرزند یک خانواده غیر طبیعی به دنیا بیاید

چقدر است؟

☑ پاسخ: اگر A پیشامد غیر طبیعی به دنیا آمدن فرزند،  $A_1$  پیشامد پسر بودن و  $A_2$  پیشامد دختر بودن باشد، داریم:

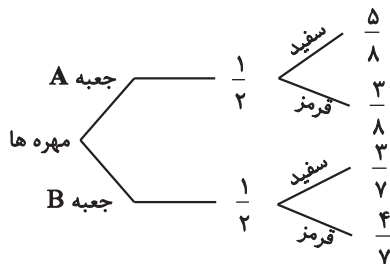
$$P(A) = P(A_1)P(A|A_1) + P(A_2)P(A|A_2) = \frac{1}{2} \times \frac{21}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{18}{100} = \frac{39}{200}$$

۱۴۰) ۵۲٪ جمعیت کشور را زنان و ۴۸٪ دیگر را مردان تشکیل می دهند اگر ۶۰٪ زنان و ۶۸٪ از مردان با سواد باشند چند درصد از افراد جامعه باسوادند؟  پاسخ:



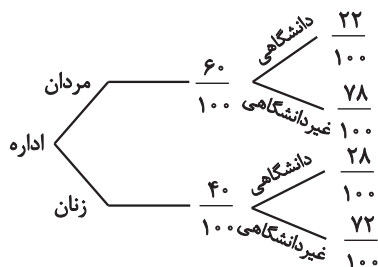
$$P = \frac{48}{100} \times \frac{68}{100} + \frac{52}{100} \times \frac{60}{100}$$

۱۴۱) در جعبه A، ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز و در جعبه B، ۳ مهره سفید و ۴ مهره قرمز وجود دارد. یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب و از آن یک مهره خارج می کنیم چقدر احتمال دارد این مهره سفید باشد؟  پاسخ:



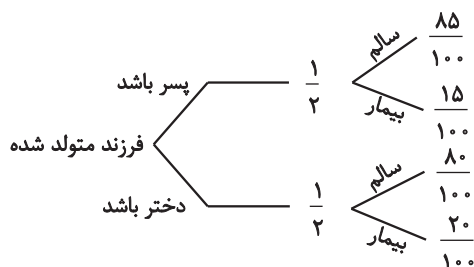
$$P(\text{سفید بودن}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7}$$

۱۴۲) در اداره‌ای ۶۰٪ کارمندان مرد، و ۲۲٪ آن‌ها تحصیلات دانشگاهی دارند. ۲۸٪ زنان این اداره نیز تحصیلات دانشگاهی دارند. اگر یک نفر از میان آن‌ها انتخاب شود چقدر احتمال دارد تحصیلات دانشگاهی نداشته باشد؟  پاسخ:



$$P = \frac{6}{10} \times \frac{78}{100} + \frac{4}{10} \times \frac{72}{100}$$

۱۴۳) انتقال نوعی بیماری ارثی از پدر مادر به فرزند پسر ۱۵٪ و به فرزند دختر ۲۰٪ است. والدینی که حامل این نوع بیماری اند انتظار فرزند را دارند. احتمال آن که این فرزند سالم به دنیا بیاید را حساب کنید.  پاسخ:



$$P(\text{فرزند سالم}) = \frac{1}{2} \times \frac{85}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{80}{100}$$

۱۴۴) در جعبه A، ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه B، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه قرار دارد. از هر یک از این دو جعبه ۱ مهره خارج می کنیم. احتمال اینکه دو مهره هم رنگ باشند کدام است؟  پاسخ:

$$P(\text{دو مهره هم رنگ}) = P(\text{هر دو مهره سفید}) + P(\text{هر دو مهره سیاه})$$

$$P(\text{دو مهره هم رنگ}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{18}{35}$$



هر وقت در انتخاب‌های متوالی یکی از انتخاب‌ها مورد پرسش قرار نگیرد یعنی از نتیجه‌ی یک آزمایش چیزی نگویند ما باید خودمون حالت‌های ممکن رو برای اون در نظر بگیریم یا این‌که فکر کنیم اصلاً اون آزمایش رخ نداده و احتمال موارد گفته شده رو حساب کنیم.

۱۴۵) در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شود با تصادف سه موش از بین آن‌ها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟  پاسخ:

$$P_1 = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6}$$

(راه اول)

$$P_2 = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$$

(راه دوم)

چون از رنگ موش دوم مرئی نزره یا حالت‌های ممکن برای اون رو حساب می‌کنیم مثل راه اول و یا مثل راه دوم انگار اتفاقی نیفتاده. احتمال‌های اول و سوم را حساب می‌کنیم و در هم ضرب می‌کنیم.

۱۴۶) در جعبه‌ای ۶ مهره سفید و ۹ مهره سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره دومین مهره خارج شده سفید است؟  پاسخ:

$$P(A) = \frac{6}{15} \times \frac{5}{14} + \frac{9}{15} \times \frac{6}{14} = \frac{84}{15 \times 14} = \frac{2}{5}$$

(راه اول)

$$P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

(راه دوم) برون در نظر گرفتن مهره اول فقط احتمال سفید بودن مهره دوم را حساب می‌کنیم. میبینی که جواب یکیه.

۱۴۷) دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم احتمال آن که یکی سفید و دیگری قرمز باشد چقدر است؟

اولی سفید دومی قرمز

$$P(D) = \frac{3}{14} \times \frac{5}{13} + \frac{5}{14} \times \frac{3}{13}$$

اولی قرمز دومی سفید

پاسخ: چون گفته متوالی و بدون جایگذاری از روش ضرب تناسب‌ها میریم.

۱۴۸) در کیسه ای ۶ مهره آبی و ۴ مهره قرمز وجود دارد اگر در سه اقدام به برداشتن مهره از کیسه کنیم به طوریکه در مرحله اول ۲ مهره در مرحله دوم ۳ مهره و در مرحله سوم ۵ مهره برداریم با کدام احتمال همه مهره های قرمز در مرحله سوم از کیسه خارج می‌شوند؟  پاسخ:

در مرحله دوم هر سه سفید بیار

$$P = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} \times \frac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}} \times \frac{\binom{4}{1} \binom{1}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{15}{45} \times \frac{4}{56} \times 1 = \frac{1}{42}$$

در مرحله اول هر دو سفید بیار

در مرحله سوم چهار تا قرمز و یک مهره سفید بیار