کنکور آسان است

KONKURSARA

/konkursara

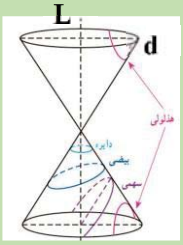
@konkursara_official

021-55756500

www.konkursara.com

فصل ۶ هندسه

اگر خط d را حول محور L (که با آن متقاطع است) دوران دهیم. دو تا مخروط ایجاد می شود که در راس به هم متصل شده اند . حال اگر رویه مخروطی را با صفحه p قطع دهیم . موارد زیر رخ می دهد .



الف) صفحه p بر محور L عمود باشد . دایره حاصل می شود .

ب) صفحه p بر محور L عمود نباشد و موازی مولد d هم نباشد بیضی حاصل می شود .

ج) صفحه p موازی محور L مخروط باشد . هذلولی حاصل می شود .

د) صفحه p موازی مولد d باشد . سهمی حاصل می شود .

ه) صفحه p از راس دو مخروط بگذرد . نقطه حاصل می شود .

اگر کره را با یک صفحه قطع دهیم همواره سطح مقطع دایره خواهد بود .

اگر یک استوانه قائم را با یک صفحه قطع دهیم ممکن است مستطیل ، بیضی ، دایره ایجاد شود .

اگر پاره خطی حول محوری موازی خودش دوران کند سطح استوانه حاصل می شود .

اگر یک مستطیل حول یکی از اضلاعش دوران کند استوانه ساخته می شود .

اگر یک مربع یا لوزی حول یک قطر خود دوران کند دو مخروط حاصل می شود .

۱۲۳)جا های خالی را با عبارات مناسب پر کنید .

۱ – شکل حاصل از دوران یک ربع دایره حول شعاع عمود بر قطر آن یک ..... است .

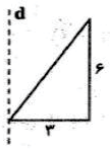
۲ – شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه .....است .

۳ – شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول وتر آن ..... است .

۴ – اگر یک لوزی با طول قطر های ۶ و ۴ را حول قطر بزرگ آن دوران دهیم حجم شکل حاصل ..... است .

۱) نیمکره ۲) مخروط ۳) دو مخروط هم قاعده ۴) دو مخروط هم قاعده به حجم 8π

۱۲۴) اگر مثلث قائم الزاویه شکل روبرو را حول خط d دوران دهیم حجم شکل حاصل را به دست آورید .

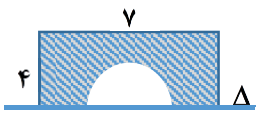


با این دوران حجم حاصل عملا تفاضل حجم استوانه از مخروط خواهد بود.

حجم مورد نظر: $V = Vo - V_m = \pi(۳)^۲(۶) - \frac{۱}{۳}\pi(۳)^۲(۶) = ۳۶\pi$

حجم استوانه: $\pi(۳)^۲(۶)$ ، حجم مخروط: $\frac{۱}{۳}\pi(۳)^۲(۶)$

۱۲۵)در شکل مقابل حجم حاصل از دوران شکل ، حول خط Δ هنگامی که قطر نیم دایره ۴ باشد را به دست آورید.



با این دوران حجم حاصل عملاً تفاضل حجم استوانه ای با شعاع ۴ و ارتفاع ۷ و یک کره با شعاع ۲ خواهد بود .

حجم مورد نظر: $V = Vo - V_k = \pi(۴)^۲(۷) - \frac{۴}{۳}\pi(۲)^۳ = \pi(\frac{۳۰۴}{۳})$

حجم استوانه: $\pi(۴)^۲(۷)$ ، حجم کره: $\frac{۴}{۳}\pi(۲)^۳$

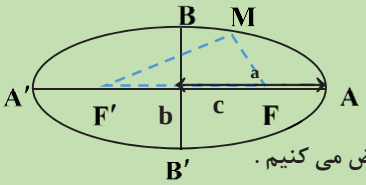
برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA
کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

بیضی

بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل آن ها از دو نقطه ثابت (کانون ها F , F') مقدار ثابت $2a$ است که $2a$ طول قطر بزرگ یا کانونی بیضی نامیده می شود .

$$AA' = 2a \quad , \quad BB' = 2b \quad , \quad FF' = 2c \quad , \quad MF + MF' = 2a \quad , \quad a^2 = b^2 + c^2$$

قطر کانونی | قطر نا کانونی | فاصله کانونی



در شکل مقابل

۱) نقاط F و F' را کانون های بیضی می گوییم .

۲) فاصله بین دو کانون را که مقدار ثابتی ا ست فاصله کانونی بیضی می گوییم و آن را برابر $F'F = 2c$ فرض می کنیم .

۳) پاره خط $A'A$ را قطر بزرگ و محور کانونی و پاره خط $B'B$ را قطر کوچک و محور نا کانونی می گوییم .

مختصات نقاط مهم در بیضی افقی

$$O = \frac{A+A'}{2} = \frac{B+B'}{2} = \frac{F+F'}{2} \quad \text{و} \quad O\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta\end{vmatrix} \; A\begin{vmatrix}\alpha+a\\ \beta\end{vmatrix} \; A'\begin{vmatrix}\alpha-a\\ \beta\end{vmatrix} \; F\begin{vmatrix}\alpha+c\\ \beta\end{vmatrix} \; F'\begin{vmatrix}\alpha-c\\ \beta\end{vmatrix} \; B\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta+b\end{vmatrix} \; B'\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta-b\end{vmatrix}$$

مختصات نقاط مهم در بیضی قائم

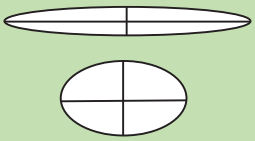
$$O\begin{vmatrix}\alpha = \frac{x_A + x_{A'}}{2} = \frac{x_B + x_{B'}}{2} = \frac{x_F + x_{F'}}{2}\\ \beta = \frac{y_A + y_{A'}}{2} = \frac{y_B + y_{B'}}{2} = \frac{y_F + y_{F'}}{2}\end{vmatrix} \quad \text{و} \quad O\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta\end{vmatrix} \; A\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta+a\end{vmatrix} \; A'\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta-a\end{vmatrix} \; F\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta+c\end{vmatrix} \; F'\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta-c\end{vmatrix} \; B\begin{vmatrix}\alpha+b\\ \beta\end{vmatrix} \; B'\begin{vmatrix}\alpha-b\\ \beta\end{vmatrix}$$

خروج از مرکز : در هر بیضی نسبت $e = \frac{c}{a}$ را خروج از مرکز بیضی می گویند .

$$0 < FF' < MF + MF' \quad \Rightarrow \quad 0 < 2c < 2a \quad \Rightarrow \quad 0 < \frac{c}{a} = e < 1$$

if $e \to 1$

if $e \to 0$



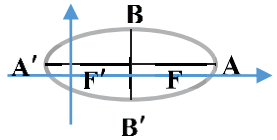
خروج از مرکز چاقی و لاغری بیضی را نشان می دهد هرچه کمتر چاق تر

۱۲۶) کانون های یک بیضی $F(14,2)$, $F'(2,2)$ هستند و خروج از مرکز آن $\frac{3}{5}$ است . B, B', A, A' را تعیین کنید و نمودار آن را رسم کنید .

$$O = \frac{F+F'}{2} \Rightarrow O\begin{vmatrix}\alpha = \frac{2+14}{2} = 8\\ \beta = \frac{2+2}{2} = 2\end{vmatrix} \quad , \quad 2c = |FF'| = \sqrt{(14-2)^2 + (2-2)^2} = 12 \Rightarrow c = 6 \quad , \quad e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{6}{a} \Rightarrow a = 10$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{100 - 36} = 8 \Rightarrow A\begin{vmatrix}8+10 = 18\\ 2\end{vmatrix} \quad A'\begin{vmatrix}8-10 = -2\\ 2\end{vmatrix} \quad B\begin{vmatrix}8\\ 2+8 = 10\end{vmatrix} \quad B\begin{vmatrix}8\\ 2-8 = -6\end{vmatrix}$$

۱۲۷) اگردر یک بیضی داشته باشیم $B(1,4)$,$F(5,2)$,$F'(-3,2)$ آنگاه خروج از مرکز بیضی را به دست آورید .



$$O = \frac{F+F'}{2} \Rightarrow O\begin{vmatrix}\alpha = \frac{-3+5}{2} = 1\\ \beta = \frac{2+2}{2} = 2\end{vmatrix} \quad , \quad \begin{cases} 2c = |FF'| = 5 - (-3) = 8 \Rightarrow c = 4 \\ B(\alpha, \beta + b) = (1,4) \Rightarrow 2 + b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ e = \frac{c}{a} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

ریاضی ۳ به سبک روحانی
کنکور آسان است KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید
برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است KONKURSARA

دایره

معادله استاندارد دایره : معادله دایره ای به مرکز $O(\alpha,\beta)$ و شعاع R به صورت : $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2$ است .

معادله فرم گسترده دایره : اگر معادله فرم استاندارد دایره را بسط دهیم و مرتب بنویسیم فرم گسترده معادله دایره را خواهیم داشت .

$x^2+y^2+ax+by+c=0$ در این حالت داریم :

$$\begin{cases} a=-2\alpha \\ b=-2\beta \\ c=\alpha^2+\beta^2-R^2 \end{cases} \Rightarrow O\begin{cases}\alpha=\dfrac{-a}{2}\\ \beta=\dfrac{-b}{2}\end{cases} \quad , \quad R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\sqrt{\alpha^2+\beta^2-c}$$

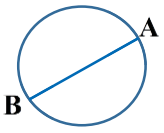
۱) در فرم گسترده باید ضرائب x^2 , y^2 برابر باشند و همواره باید : $a^2+b^2-4c>0$

۲) برای نوشتن معادله دایره داشتن مختصات مرکز و شعاع دایره الزامی است مگر آنکه در مسئله اطلاعاتی بدهند که بتوان آنها را محاسبه کرد .

۳) در نوشتن و حل مسائل دایره از رسم کردن غافل نشوید به خصوص هنگامی که ایده خاصی ندارید و چیزی به ذهنتان نمی رسد پیاده کردن داده های مسئله روی شکل راه حل را به ذهن ما القاء می کند .

۴) در بعضی از سوالات میگه مرکز دایره روی خط $y=mx+n$ قرار داره ویا میگه $y=mx+n$ معادله یک قطر دایره است . در این سوالات مرکز را به صورت $O\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta=m\alpha+n\end{vmatrix}$ نشان دهید .

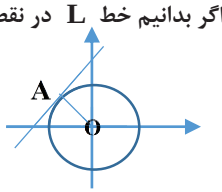
۱۲۸) معادله دایره ای را بنویسید که نقاط $A(2,4)$, $B(-2,2)$ دو سر یک قطر آن باشند .



$$O=\frac{A+B}{2} \Rightarrow O\begin{cases}\alpha=\dfrac{-2+2}{2}=0\\ \beta=\dfrac{2+4}{2}=3\end{cases} \Rightarrow R=\frac{1}{2}|AB|=\frac{1}{2}\sqrt{(2+2)^2+(4-2)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{20}=\sqrt{5}$$

$$(x-0)^2+(y-3)^2=5$$

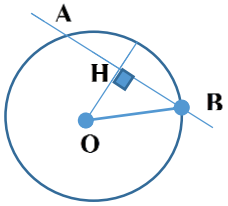
۱۲۹) اگر بدانیم خط L در نقطه $(-3,4)$ بر دایره ای به مرکز مبداء مختصات مماس است . معادله خط مماس را بنویسید .



$$M_{OA}=\frac{4}{-3} \Rightarrow M'=\frac{3}{4} \Rightarrow L_A: y-4=\frac{3}{4}(x+3)$$

۱۳۰) دایره ای به مرکز $O(1,-1)$ خط $\frac{3}{2}x-2y+4=0$ را در دو نقطه قطع می کندو طول وتر ایجاد شده ۸ است معادله این دایره را بنویسید .

خطی که از مرکز دایره بر وتر وارد و بر آن عمود باشد آن را نصف می کند.



$$OH=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\left|\frac{3}{2}+2+4\right|}{\sqrt{\frac{9}{4}+4}}=\frac{7/5}{\frac{5}{2}} \Rightarrow OH=\frac{15}{5}=3$$

$$R^2=OH^2+(4)^2=9+16=25 \Rightarrow R=5 \Rightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=25$$

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است KONKURSARA
کنکور آسان است KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

وضعیت دو دایره

روش حل مسئله

۱- مختصات مراکز دو دایره و همچنین شعاع هریک را به تعیین کنید .

۲- فاصله دو مرکز دایره یعنی $d = |O_1O_2|$ را حساب کنید .

۳- $R_1 + R_2$ ، $|R_1 - R_2|$ را محاسبه کنید .

۴- d را با $R_1 + R_2$ ، $|R_1 - R_2|$ مقایسه کنید .

متخارج	$d > R_1 + R_2$	
مماس خارج	$d = R_1 + R_2$	
متقاطع	$\|R_1 - R_2\| < d < R_1 + R_2$	
مماس داخل	$d = \|R_1 - R_2\|$	
متداخل	$d < \|R_2 - R_1\|$	
هم مرکز	$d = 0$	

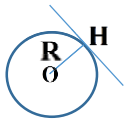
۱۳۱) دو دایره به معادلات : $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0 \end{cases}$ نسبت به هم چگونه اند ؟

۱) $O_1(2,-4)$ ، $R_1 = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 64 - 76} = 1$

۲) $O_2(2,-2)$ ، $R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 16 + 4} = 3$ ، $\begin{cases} R_1 + R_2 = 4 \\ |R_1 - R_2| = 2 \end{cases} \Rightarrow d = |R_1 - R_2| = 2$ مماس داخل اند

۳) $d = |O_1O_2| = \sqrt{(2-2)^2 + (-2+4)^2} = 2$

۱۳۲) وضعیت خط به معادله $3x + 4y + 7 = 0$ نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ چگونه است .



$O\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ ، $R = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 12} = 2$ ، $OH = \frac{|3 + 7|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow OH = R$ خط و دایره بر هم مماس اند

۱۳۳) وضعیت دو دایره $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ ، $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ نسبت به هم را تعیین کنید .

$o_1\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$ ، $R_1 = 2$ ، $o_2\begin{vmatrix} 1 \\ 4 \end{vmatrix}$ ، $R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 64 - 52} = \frac{1}{2}\sqrt{16} = 2$

$d = |o_1o_2| = |4-1| = 3$ ، $R_1 + R_2 = 2 + 2 = 4$ ، $|R_1 - R_2| = 0$ $|R_1 - R_2| < o_1o_2 = d < R_1 + R_2$

دو دایره متقاطع اند .

ریاضی ۳ به سبک روحانی
کنکور آسان است konkursara
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید
برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است konkursara