کنکور آسان است

KONKURSARA

/konkursara

@konkursara_official

021-55756500

www.konkursara.com

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

درس اول

حد بی نهایت

بخش پذیری چندجمله ای ها بر x-a

اگر چندجمله ای $f(x)$ را بر $x-a$ تقسیم کنیم، آنگاه خارج قسمت این تقسیم، چندجمله ای مانند $Q(x)$ می‌باشد و این تقسیم باقی مانده ای دارد که این باقی مانده، عددی مانند R است:

رابطهٔ تقسیم به صورت مقابل است: $f(x)=(x-a)Q(x)+R$

قضیه

در تقسیم چندجمله ای $f(x)$ بر دوجمله ای درجه اول $x-a$ ، باقی ماندهٔ تقسیم برابر $R=f(a)$ است.

$(x-a=0 \Rightarrow x=a)$

به عنوان مثال، باقی ماندهٔ تقسیم $f(x)=2x^3-4x^2+5x-1$ بر $x-2$ ، برابر است با:

$x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow R=f(2)=2(2)^3-4(2)^2+5(2)-1=9$

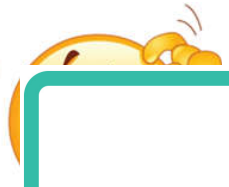
نتیجه

اگر $f(a)=0$ باشد، آنگاه $f(x)$ بر $x-a$ بخش پذیر است.

تست

اگر $f(x)=x^3-4x^2+ax$ بر $x-3$ بخش پذیر باشد، مقدار a کدام است؟

1) -2　　2) -3　　3) 3　　4) 2



کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

ریاضی دوازدهم ----- مهندس مرتضی مهرپویان

تست

اگر $f(x)=x^3+ax^2+bx-6$ بر $x-2$ بخش پذیر باشد و باقی ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ برابر 18- باشد، مقدار $f(1)$ کدام است؟

1) -2 2) -4 3) 5 4) 6

مثال

نشان دهید چندجمله ای $f(x)=2x^3-5x^2-10x+16$ بر $x+2$ بخش پذیر است. سپس $f(x)$ را به صورت حاصل ضرب عامل ها بنویسید.

رفع ابهام $\frac{0}{0}$ با استفاده از تجزیه چندجمله ای ها

حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x\to -3}\frac{x^2-9}{x^2+3x}$

ب) $\lim_{x\to \frac{1}{2}}\frac{4x^2-4x+1}{2x^2+x-1}$

پ) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{2x^3-13x^2+24x-9}$

ت) $\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+\sqrt{2x+3}}$

ث) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}$

ج) $\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt[3]{x}+1}{x^2+3x+2}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

رفع ابهام $\frac{0}{0}$ به کمک قاعده هوپیتال

در قاعدهٔ هوپیتال از صورت کسر به طور جداگانه و از مخرج کسر نیز جداگانه مشتق می گیریم و به ترتیب در صورت و مخرج می نویسیم و سپس حاصل حد را به دست می آوریم. عدد به دست آمده، حاصل $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ می باشد.

تست

حاصل $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4x+3}{x^3-5x+4}$ کدام است؟

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\mathbf{1}$ 3) $\mathbf{2}$ 4) $\mathbf{4}$

تست

اگر $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+ax+b}{x^2-4}=\mathbf{3}$، مقدار $\boldsymbol{a+b}$ کدام است؟

1) 6 2) 8 3) -12 4) -14

تست

اگر $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2+ax+5}=\boldsymbol{b}$ و $\boldsymbol{b\neq 0}$، مقدار b کدام است؟

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $-\frac{1}{4}$ 4) $-\frac{1}{2}$

نکته

وقتی $\boldsymbol{x\to 0}$، آن گاه حد هر چندجمله ای با حد یک جمله ای با کم ترین توان برابر است. برای مثال:

$$\lim_{x\to 0}(x^3+4x)\xrightarrow{\text{کم توان}}\lim_{x\to 0}(4x)=0$$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

ریاضی دوازدهم ----- مهندس مرتضی مهرپویان

تست

حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{x^3+2x}{x^2-4x}$ کدام است؟

1) 1 2) -1 3) $-\frac{1}{2}$ 4) صفر

هم ارزی ها در حدهای مثلثاتی

اگر $u \to 0$، آن گاه: $\tan u \sim u$, $\sin u \sim u$

تست

حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x^2+2x)}{\tan(x^2+5x)}$ کدام است؟

1) صفر 2) 1 3) $\frac{2}{5}$ 4) $\frac{3}{5}$

نکته

هم ارزی مهم دیگری که در حدهای مثلثاتی به کار می رود، هم ارزی $1-\cos u \sim \frac{u^2}{2}$ یا $\cos u \sim 1-\frac{u^2}{2}$ می‌باشد. $(u \to 0)$

تست

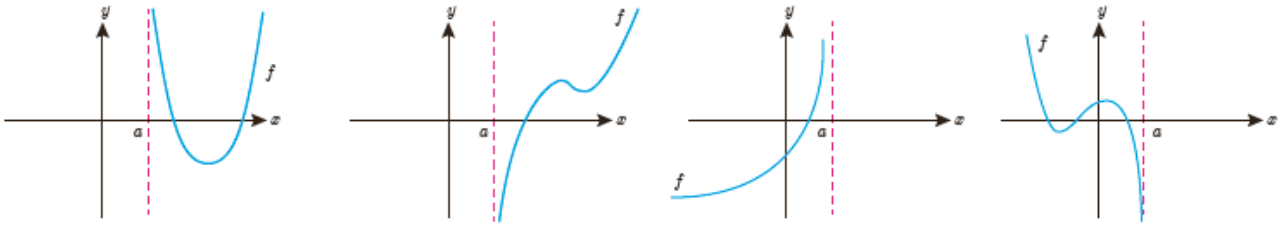
حد کسر $\frac{\sin x-\sin x\cos 2x}{2k\tan^3 x}$ وقتی $x \to 0$ برابر یک است. مقدار k کدام است؟

1) $\frac{1}{2}$ 2) 2 3) 1 4) صفر

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

حد نامتناهی (حد بی نهایت)



$\lim_{x\to a^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to a^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x\to a^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to a^-} f(x) = -\infty$

محاسبهٔ حدهای بی نهایت (x به سمت عدد a میل می کند و حاصل حد $+\infty$ یا $-\infty$ است.)

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$$

مثال

حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x\to 5^-} \frac{2x}{x-5}$

ب) $\lim_{x\to 5^+} \frac{2x}{x-5}$

پ) $\lim_{x\to 0} \frac{-1}{x^2}$

ت) $\lim_{x\to 3} \frac{2}{|x-3|}$

ث) $\lim_{x\to -\frac{1}{3}} \frac{[x]}{|3x+1|}$

ج) $\lim_{x\to 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

مثال

نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در یک همسایگی محذوف 2- تعریف شده باشد به طوری که $\lim_{x\to(-2)^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to(-2)^-} f(x) = +\infty$ پاسخ خود را با جواب های دوستانتان مقایسه کنید.

تست

حاصل کدام یک از حدهای زیر نادرست است؟

1) $\lim_{x\to1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$

2) $\lim_{x\to(-1)^-} \frac{4x+3}{x+1} = +\infty$

3) $\lim_{x\to0^-} \frac{[x]+4}{x} = +\infty$

4) $\lim_{x\to(-\frac{2}{3})^+} \frac{4}{3x+2} = +\infty$

تست

مقدار $\lim_{x\to(-2)^+} \frac{x+\sqrt{x+2}}{x+2}$ کدام است؟

1) $-\infty$ 2) -1 3) 1 4) $+\infty$

مثال

حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{2x^2-x}{4x^2-1}$

ب) $\lim_{x\to5} \frac{x^3-4x^2-4x-5}{x^2-25}$

پ) $\lim_{x\to-4} \frac{x^2+3x-4}{x^3+4x^2+x+4}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

ریاضی دوازدهم ----- مهندس مرتضی مهرپویان

مثال

حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-x}$

ب) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}$

پ) $\lim_{x\to -8}\frac{2x+16}{\sqrt[3]{x}+2}$

مثال

حدهای زیر را تعیین کنید.

الف) $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}$

ب) $\lim_{x\to 0}\frac{-1}{|x|}$

پ) $\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{x-1}$

ت) $\lim_{x\to -6}\frac{9}{(x+6)^2}$

ث) $\lim_{x\to 3}\frac{-1}{(x-3)^4}$

ج) $\lim_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{4x+1}{(2x+1)^2}$

چ) $\lim_{x\to 3^+}\frac{1-5x}{x^2-9}$

ح) $\lim_{x\to (-2)^-}\frac{-3x}{x^2-4}$

خ) $\lim_{x\to (\frac{\pi}{2})^+}\frac{1}{cosx}$

د) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^-} tanx$

ذ) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} tanx$

ر) $\lim_{x\to 3^-}\frac{[x]-3}{x-3}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

تمرینات تکمیلی

1 نشان دهید چند جمله ای $f(x)=x^3-4x^2+x+6$ بر $x+1$ بخش پذیر است و سپس $f(x)$ را به صورت حاصل ضرب عامل ها بنویسید.

2 اگر $f(x)=x^3+ax^2+4x-1$ بر $x-1$ بخش پذیر باشد، مقدار a را به دست آورید.

3 فرض کنیم $f(x)=2x^3+ax^2+bx-10$ باشد، اگر f(x) بر x+2 بخش پذیر باشد و باقی ماندهٔ تقسیم f(x) بر $x-2$ برابر 20 باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

4 حاصل هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.

$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$

$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x^2-5x+4}$

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-2x}{3-\sqrt{x+7}}$

$\lim_{x\to \frac{1}{2}}\frac{4x^2-4x+1}{2x^2+x-1}$

$\lim_{x\to 4}\frac{x^2-16}{\sqrt{x+12}-x}$

$\lim_{x\to 5}\frac{5-x}{\sqrt{2x-1}-3}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x^2-x}$

$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{2x-6}$

$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x-3}-1}{4x-x^2}$

$\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt{x+6}+x}{x^2-4}$

$\lim_{x\to -1}\frac{2-\sqrt{2x+6}}{x^3+1}$

$\lim_{x\to 1}\frac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1}$

$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-x}$

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{3-\sqrt{x+7}}$

$\lim_{x\to 4}\frac{x^3-5x^2+3x+4}{2x^2-3x-20}$

$\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt[3]{x+1}+1}{x^2+5x+6}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

ریاضی دوازدهم ----- مهندس مرتضی مهرپویان

$\lim_{x\to 3^-} \frac{x^2+1}{3-x}$

$\lim_{x\to 6^-} \frac{4}{(x-6)^2}$

$\lim_{x\to 1^-} \frac{3}{(x-1)^2}$

$\lim_{x\to \pi^-} \frac{2}{1+cosx}$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{1-cosx}$

$\lim_{x\to 2^-} \frac{x+3}{|x-2|}$

$\lim_{x\to 5^-} \frac{x}{x-5}$

$\lim_{x\to 2^-} \frac{x}{x-2}$

$\lim_{x\to (\frac{\pi}{2})^+} \frac{2}{cosx}$

$\lim_{x\to 3^+} \frac{x+1}{3-x}$

$\lim_{x\to 2^-} \frac{[x]-2}{x-2}$

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{|2x+1|}$

$\lim_{x\to (-3)^+} \frac{[x]+2}{x^2+3x}$

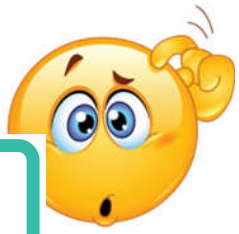
رفع ابهام $\infty-\ \infty+\ \infty-$ یا $\infty+\ \infty-$

در حدها، $\infty+ = \infty + \infty+$ و $\infty- = -\infty - \infty-$، ولی $\infty - \infty+$ و $\infty + \infty-$ مبهم می باشند.

تست

حاصل $\lim_{x\to 2^+}(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4})$ کدام است؟

1) $-\frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $-\infty$ 4) $+\infty$



کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

تمرینات تکمیلی

حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

$\lim_{x\to-\infty}\frac{6x+7x^2}{3x^2+x-4}$

$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(x-1)(x-2)(4-x)}{2x^3+1}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2+\sqrt{6x+2}}{4x^2+5x}$

$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+\sqrt{x^2+x+1}}{7+5x}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+\sqrt{x^4+3x+1}}{5x^2}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{6x+7}$

$\lim_{x\to-\infty}\frac{10x^2+\sqrt{x^2+x}}{2x^3+1}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-x+1+3x^4}{1-x^4}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+6x-1}{x^3+4x}$

$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{8x^3-2x^2+5}{-2x^4+3x-1}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+\sqrt{x+1}}{5x+\sqrt{4x^2+1}}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x+\sqrt{x-2}}{5x^2-6x+1}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{-6x+\sqrt{x+1}}{3x-\sqrt{4x^2-1}}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x+9}{2x+\sqrt{x^2-2}}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

تست های تکمیلی

1 چندجمله ای $f(x)=x^3+ax^2+bx-6$ بر $x-2$ بخش پذیر است و باقی ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ برابر 15- است. مقدار $f(-2)$ کدام است؟

1) -18 2) -26 3) -30 4) -36

2 چندجمله ای $4x^3+ax^2-7x-2$ به صورت $(x-1)Q(x)$ تجزیه شده است. مقدار $Q(-1)$ کدام است؟

1) -3 2) -4 3) 4 4) 3

3 حاصل $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{2x^2-5x-3}$ کدام است؟

1) $\frac{13}{7}$ 2) $\frac{20}{7}$ 3) $\frac{27}{7}$ 4) $\frac{34}{7}$

4 اگر حد $\frac{x^3+2ax^2-x-2a}{ax^2+x(1-a)-1}$ وقتی $x\to 1$ برابر 1 باشد، a چقدر است؟

1) -3 2) $-\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) 3

5 اگر $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+ax+b}{x^3-x}=-1$، حاصل $a\times b$ کدام است؟

1) -12 2) -6 3) 6 4) 12

6 اگر $\lim_{x\to -2}\frac{x^2+5x+6}{2x^2+x+a}=b$ و $b\neq 0$، مقدار b کدام است؟

1) $\frac{1}{7}$ 2) $\frac{1}{6}$ 3) $-\frac{1}{7}$ 4) $-\frac{1}{6}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

7 قدر مطلق تفاضل حد چپ و راست تابع y به معادلهٔ $y=\frac{2x^2-x-1}{|x-1|}$ در نقطهٔ $x=1$ کدام است؟

1) 2 2) 3 3) 4 4) 6

8 حاصل $\lim_{x\to 0^-}\frac{|x|-[x]}{2|x|+[x]}$ کدام است؟

1) -1 2) $-\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) 1

9 حد چپ $f(x)=\frac{(2-[-x])\sqrt{x^2-4x+4}}{2x^2-5x+2}$ در $x=2$ کدام است؟

1) -4 2) $-\frac{4}{3}$ 3) $\frac{4}{3}$ 4) 4

10 نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{2ax-\sqrt[3]{-x^2-7}}{-x^3-x^2+3x+(a+2)}$ از نقطهٔ (1 و 1) می گذرد. حد $f(x)$ وقتی $x\to -1$، کدام است؟

1) $-\frac{11}{6}$ 2) $-\frac{5}{6}$ 3) $\frac{5}{6}$ 4) $\frac{11}{12}$

11 حد تابع با ضابطهٔ $y=\frac{x+\sqrt{2-x}}{\sqrt{-4x+1}-3}$ وقتی $x\to -2$ چقدر است؟

1) $-\frac{3}{4}$ 2) $\frac{3}{4}$ 3) $\frac{9}{8}$ 4) $-\frac{9}{8}$

12 حاصل $\lim_{x\to 2^+}\frac{2-\sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2-4x+4}}$ کدام است؟

1) $-\frac{1}{6}$ 2) $-\frac{1}{12}$ 3) $\frac{1}{12}$ 4) $\frac{1}{6}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

13 اگر $\lim_{x\to 2}\frac{x-\sqrt{3x-2}}{ax+b}=\frac{1}{2}$ باشد، آن گاه b کدام است؟

1) -2 2) -1 3) 1 4) 2

14 اگر $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1}=\frac{3}{2}$ باشد، b کدام است؟

1) -8 2) -6 3) 4 4) 5

15 حاصل $\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+5x+3}{2-\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}$ ، کدام است؟

1) 8 2) 12 3) 16 4) 24

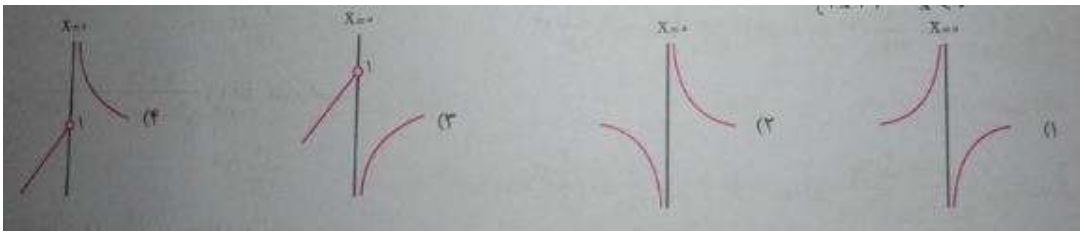
16 حاصل $\lim_{x\to 4}\frac{3x^2-10x-8}{\sqrt{3-\sqrt{x}}-1}$ ، کدام است؟

1) -112 2) -96 3) -84 4) -72

17 حاصل $\lim_{x\to 0^-}\frac{x+2}{x^3-x}$ کدام است؟

1) صفر 2) -1 3) $+\infty$ 4) $-\infty$

18 نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{-1}{x} & x>0\\ 2x+1 & x<0\end{cases}$ در نزدیکی $x=0$ به کدام صورت است؟



کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

19 نمودار تابع $f(x)=\frac{1}{x-|x|}$ در همسایگی $x=0$ به کدام صورت است؟

20 نمودار تابع با ضابطهٔ $y=\frac{x+1}{x^3+x}$ در نزدیکی $x=0$ به کدام صورت است؟

21 مقادیر a و b برای آن که داشته باشیم $\lim_{x\to 2}\frac{x}{x^2-ax+b}=+\infty$ ، کدام است؟

1) $a=-b=2$ 2) $a=b=-2$ 3) $a=b=4$ 4) $-a=b=-4$

22 اگر $\lim_{x\to 3}\frac{x-4}{2x^2+ax+b}=-\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟

1) -3 2) 3 3) 6 4) 12

23 حاصل $\lim_{x\to -2}(\frac{3}{2x^2+5x+2}-\frac{4}{x^2-4})$ کدام است؟

1) $-\frac{7}{12}$ 2) $-\frac{5}{12}$ 3) $\frac{5}{12}$ 4) $\frac{7}{12}$

24 حاصل $\lim_{x\to 2}(\frac{1}{4x-8}-\frac{1}{x^2-4})$ کدام است؟

1) $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{3}{16}$ 3) $\frac{1}{8}$ 4) $\frac{1}{16}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

25 حد عبارت $\frac{2[x]}{2-x} + \frac{x+2}{x^2-2x}$، وقتی $x \to 2^-$ کدام است؟

1) $-\infty$ 2) $-\frac{1}{2}$ 3) 1 4) $+\infty$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

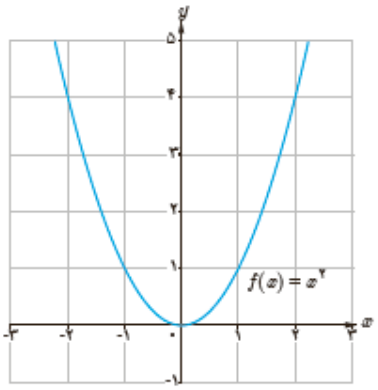
برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

درس دوم

حد در بی نهایت (رفتار تابع وقتی که $x \to +\infty$ یا $x \to -\infty$ باشد.)

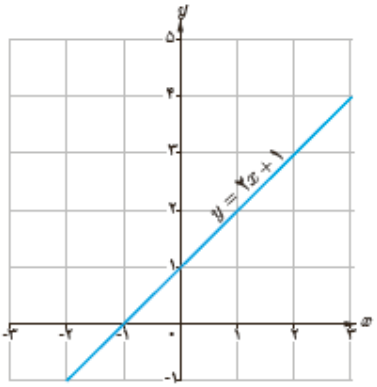
مثال

با توجه به نمودار هر تابع، طرف دوم تساوی ها را بنویسید.



الف) $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = \cdots$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = \cdots$

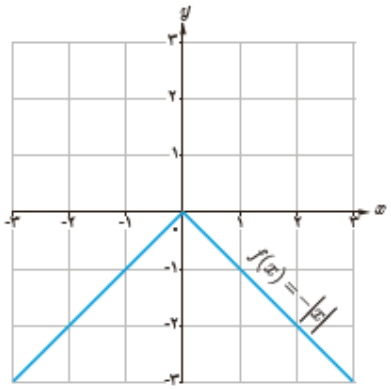


پ) $\lim\limits_{x \to -\infty} (2x + 1) = \cdots$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (2x + 1) = \cdots$

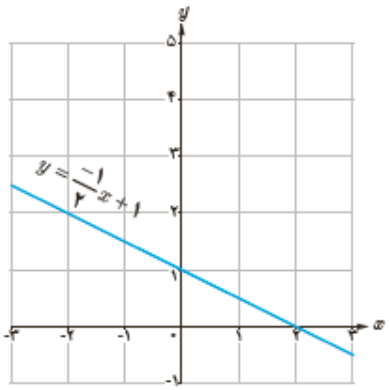
کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA



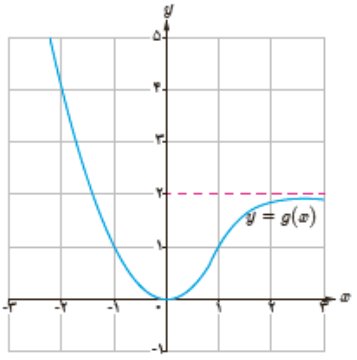
پ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \cdots$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \cdots$



ت) $\lim\limits_{x\to-\infty} (-\frac{1}{2}x + 1) = \cdots$

$\lim\limits_{x\to+\infty} (-\frac{1}{2}x + 1) = \cdots$

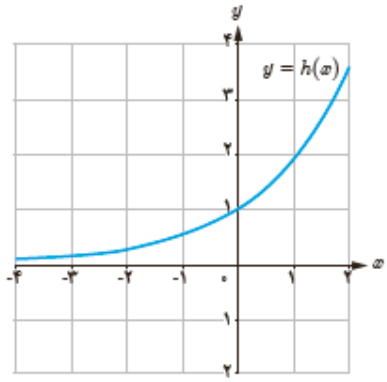


ث) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \cdots$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \cdots$$



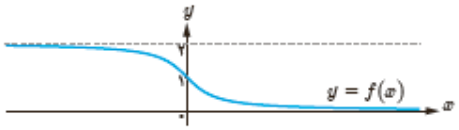
ج) $\lim_{x\to-\infty} h(x) = \cdots$

$$\lim_{x\to+\infty} h(x) = \cdots$$

مثال

با توجه به نمودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.

(الف)



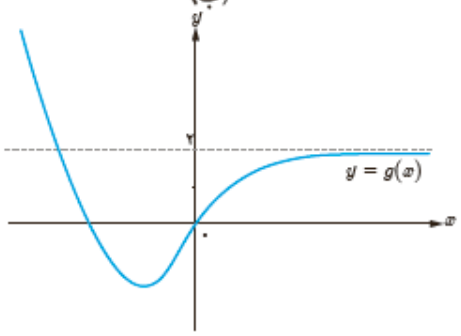
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \cdots$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \cdots$$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

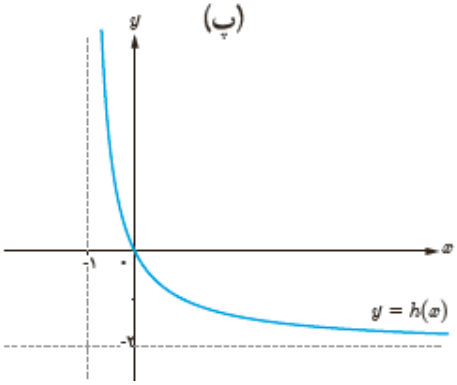
(ب)



$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \cdots$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \cdots$$

(پ)



$$\lim_{x\to-\infty} h(x) = \cdots$$

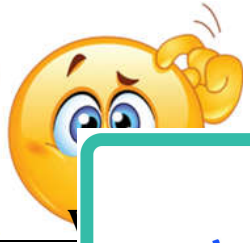
$$\lim_{x\to+\infty} h(x) = \cdots$$

مثال

نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید:

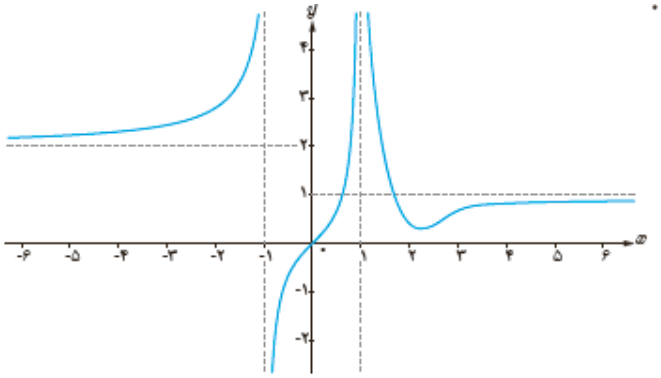
الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$ پ) $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$

ت) $\lim_{x\to1^-} f(x)$ ث) $\lim_{x\to1^+} f(x)$ ج) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$



کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA



قضیه

فرض کنیم n عددی طبیعی باشد.

آ) $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^n}=0$ ب) $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^n}=0$

به عبارت دیگر: $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^n}=0$

قضیه

فرض کنیم $\lim_{x\to+\infty}f(x)=L$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)=M$، در این صورت:

آ) $\lim_{x\to+\infty}\big(f(x)\pm g(x)\big)=\lim_{x\to+\infty}f(x)\pm\lim_{x\to+\infty}g(x)=L\pm M$

ب) $\lim_{x\to+\infty}\big(f(x)g(x)\big)=\big(\lim_{x\to+\infty}f(x)\big)\big(\lim_{x\to+\infty}g(x)\big)=LM$

پ) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=\frac{\lim_{x\to+\infty}f(x)}{\lim_{x\to+\infty}g(x)}=\frac{L}{M},\ (M\neq 0)$

مثال

مقدار $\lim_{x\to+\infty}\frac{7x^2-4x+1}{3x^2+5x-6}$ را به دست آورید.

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

مثال

مقدار حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+2}{x-1}$ ب) $\lim_{t\to-\infty}\frac{1-5t^2}{t^2+3t}$ پ) $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2-3x}$

نکته

با توجه به این که $\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} x=-\infty$ و با توجه به حد توان n اُم یک تابع، حد تابع $f(x)=x^n$ (n عدد صحیح مثبت) در $+\infty$ و $-\infty$ به صورت زیر تعیین می شود:

1) اگر $k\in N$ و $n=2k$ (n زوج باشد)، آنگاه:

$$\lim_{x\to-\infty} x^n=(-\infty)^{\text{زوج}}=+\infty \quad , \quad \lim_{x\to+\infty} x^n=(+\infty)^{\text{زوج}}=+\infty$$

2) اگر $k\in N$ و $n=2k+1$ (n فرد باشد)، آنگاه:

$$\lim_{x\to-\infty} x^n=(-\infty)^{\text{فرد}}=-\infty \quad , \quad \lim_{x\to+\infty} x^n=(+\infty)^{\text{فرد}}=+\infty$$

به عنوان مثال داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} x^4=(\pm\infty)^{\text{زوج}}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} x^5=(+\infty)^{\text{فرد}}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} x^5=(-\infty)^{\text{فرد}}=-\infty$$

نکته

$+\infty$ و $-\infty$ اعداد حقیقی نمی باشند، بلکه نمادهایی برای اعداد خیلی بزرگ مثبت و خیلی کوچک منفی هستند.

در محاسبهٔ حد می توان از قواعد مقابل استفاده کرد:

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

$(\text{عدد مثبت}) \times (+\infty) = +\infty$ ، $(\text{عدد مثبت}) \times (-\infty) = -\infty$

$(\text{عدد منفی}) \times (+\infty) = -\infty$ ، $(\text{عدد منفی}) \times (-\infty) = +\infty$

بنابراین در محاسبهٔ حد، حاصل ضرب یک عدد غیرصفر در بی نهایت ($+\infty$ یا $-\infty$) ، برابر ∞ می شود و علامت آن با توجه به علامت های عدد و ∞ مشخص می شود و با توجه به آن ها می توانیم حاصل $\lim_{x\to\pm\infty} ax^n$ را که در آن a یک عدد حقیقی غیر صفر و n یک عدد صحیح مثبت است، به دست آوریم.

به عنوان مثال داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}(-3x^3) = -3\left(\lim_{x\to-\infty} x^3\right) = -3\times(-\infty)^3 = -3\times(-\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} 5x^2 = 5\left(\lim_{x\to+\infty} x^2\right) = 5(+\infty)^2 = 5\times(+\infty) = +\infty$$

نکته مهم

(حد چندجمله ای ها): حد هر چند جمله ای به صورت $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \cdots + 1$ ، (n عدد صحیح مثبت)، در $\pm\infty$ ، مساوی حد جمله ای است که بزرگترین درجه را دارد، یعنی:

$$\lim_{x\to\pm\infty}(ax^n + bx^{n-1} + \cdots + 1) = \lim_{x\to\pm\infty} ax^n$$

در این حالت می گوییم حد هر چندجمله ای با حد جمله ای که بزرگترین درجه را دارد هم ارز است.

مثال

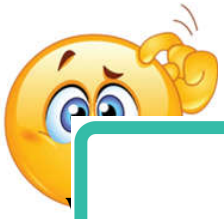
حاصل هر یک از حدهای زیر را تعیین کنید.

آ) $\lim_{x\to+\infty}(-4x^3 + 2x + 7)$

ب) $\lim_{x\to-\infty}(x^5 - 3x^3 + x - 1)$

پ) $\lim_{x\to\pm\infty}(-x^4 + x^2 + 2)$

ت) $\lim_{x\to\pm\infty}(-2x^3 + x^2 + 1)$



کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

ریاضی دوازدهم ----- مهندس مرتضی مهرپویان

مثال

حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3-5x+4}{7x^3-11x^2-6x}$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x+4}{x^3+x-8}$

پ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-4x^7+5x^2}{2x^3+9}$

مثال

حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to-\infty}9+\frac{7}{x^3}$

پ) $\lim\limits_{x\to+\infty}(-\frac{1}{2}x^3+7x^2-6)$

ت) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3+\frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x}-5}$

پ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{2x-3}$

ث) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{3x+1}$

ج) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x^2-3x+1}{x^2+5x-3}$

چ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x^5-6x^3-x}{x^2-5x+1}$

ح) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+x}{3-x}$

خ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-6x^3+7x-9}{2x^3-4x^2+x}$

د) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+1}{4}$

مثال

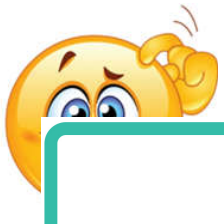
حاصل هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.

آ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-4x^2+7x+1}{5x+2}$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x^3+2x+11}{x^2+7x-11}$

مثال

حاصل هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.



آ) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{4x+1}{x^2+5x}$

ب) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{-1}{x^2+3}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

ریاضی دوازدهم ----- مهندس مرتضی مهرپویان

تست

حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+\sqrt{x^2+1}}{4x-\sqrt{9x^2+x}}$ کدام است؟

1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

نکته مهم

اگر در محاسبهٔ حدها از هم ارزی استفاده کنیم و تمام عوامل آن حذف شوند، باید از روش های دیگر برای محاسبهٔ حد استفاده کرد و استفاده از هم ارزی نتیجه ای ندارد.

تست

حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+1}$ کدام است؟

1) -2 2) -1 3) 3 4) 2

نکته مهم

در توابع رادیکالی می توان از هم ارزی قوی تر زیر برای محاسبهٔ حدها وقتی که $x\to\pm\infty$ استفاده کرد.

$\sqrt{ax^2+bx+c}\sim\sqrt{a}\left|x+\frac{b}{2a}\right|,(a>0)$

$\sqrt[3]{ax^3+bx^2+cx+d}\sim\sqrt[3]{a}\,(x+\frac{b}{3a})$

تست

حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt[3]{x^3+2x}-\sqrt{x^2+4x})$ کدام است؟

1) $-\frac{4}{3}$ 2) -3 3) -2 4) -1

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

تست

حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x+1}-6x}{x+\sqrt{x^2-1}}$ کدام است؟

1) -3 2) 3 3) -4 4) 4

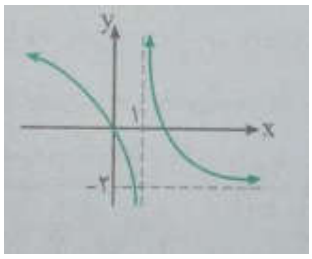
تمرینات تکمیلی

1 a و b را طوری بیابید که $\lim_{x\to+\infty}\frac{ax^3+x^2+1}{6x^b-1}=-\frac{2}{3}$ باشد.

2 نمودار تابع f به شکل مقابل است. حاصل حدهای خواسته شده را بنویسید.

آ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

پ) $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ ت) $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$



کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

3 نمودار تابع f به شکل مقابل است. حاصل حدهای خواسته شده را بنویسید.

آ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

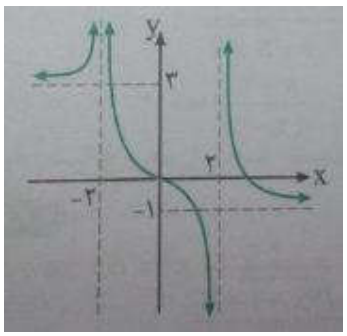
ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

پ) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

ت) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

ث) $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)$

ج) $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)$



تست های تکمیلی

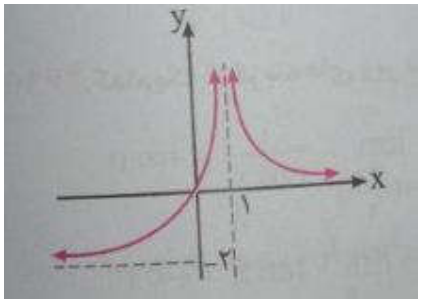
1 نمودار تابع f به صورت مقابل است. کدام گزینه نادرست است؟

1) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = +\infty$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

3) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$

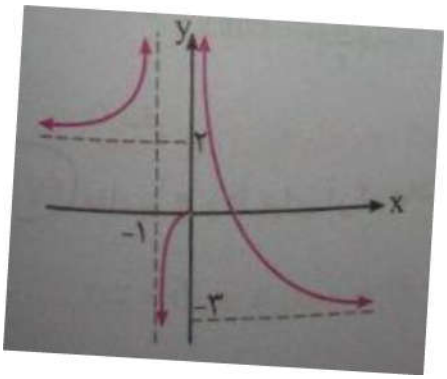


کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

2 نمودار تابع f به صورت مقابل است. کدام گزینه نادرست است؟

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -3$
2) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$
3) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$
4) $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = +\infty$



3 کدام گزینه نادرست است؟

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x^2+1) = +\infty$
2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^3+4x) = +\infty$
3) $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^4-5x^2+x) = +\infty$
4) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^5+x^4-1) = +\infty$

4 کدام گزینه نادرست است؟

1) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(2x^2-4x+1)}{5x^2+x+2} = \frac{2}{5}$
2) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x+3}{x^2+4} = 0$
3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3+1}{2x^2-4} = -\infty$
4) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(-x^3+1)}{x+2} = -\infty$

5 حد کسر $\frac{x^n+3x^2+1}{3x^n+5x^2+7}$ وقتی $x\to\infty$ برابر $\frac{1}{2}$ است. n کدام است؟

1) $n > 2$
2) $n < 2$
3) $n = 1$
4) $n = 2$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

6 حد کسر $\frac{x^{m+3}+nx+m}{mx^{n-2}-mx+n-1}$ با شرط $n > 3$، وقتی $x \to \infty$ برابر 2- است. $m + n$ کدام است؟

1) 3/5 2) 4 3) 4/5 4) 5

7 حاصل $\lim_{x\to-\infty} \frac{-3x+\sqrt{-x+1}}{6x+\sqrt{4x^2-1}}$ کدام است؟

1) $\frac{3}{4}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) $-\frac{3}{4}$ 4) $-\frac{3}{2}$

8 اگر $\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x^2+4x+2}{x+1} + ax + b\right) = 2$ باشد، $a - b$ کدام است؟

1) صفر 2) -1 3) -2 4) -3

9 حاصل $\lim_{x\to-\infty}(x + \sqrt{x^2 + 8x})$ کدام است؟

1) -8 2) -4 3) 4 4) 8

10 حاصل $\lim_{x\to-\infty} x(x + \sqrt{x^2 - 8})$ کدام است؟

1) -8 2) صفر 3) 4 4) ∞

11 حاصل $\lim_{x\to+\infty} \frac{x-\sqrt{4x^2+9x}}{3x+\sqrt{x}}$ کدام است؟

1) $-\frac{1}{3}$ 2) $-\frac{1}{4}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{2}{3}$

12 در تابع ضابطهٔ $f(x) = \frac{ax^n-3x+1}{3x^2+x}$، اگر $\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{2}{3}$ باشد، $f(-1)$ کدام است؟

1) -2 2) $\frac{3}{2}$ 3) 2 4) 3

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURSARA

13 در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax^n+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}$ ، اگر $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-1$ باشد، آن گاه $\lim_{x\to 3} f(x)$ ، کدام است؟

1) -6 2) -4 3) 3 4) 5

14 در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{2x+\sqrt{x^2-3x}}{ax^n-6}$ ، اگر $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\frac{1}{2}$ باشد، آن گاه $\lim_{x\to-1} f(x)$ کدام است؟

1) $-\frac{1}{6}$ 2) $-\frac{1}{8}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{1}{3}$

15 اگر $\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+9}{1-x+\sqrt{x+1}}=3$ باشد، آن گاه حد این کسر وقتی $x\to 3$ کدام است؟

1) 1 2) 2 3) 4 4) 5

16 نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax+1+\sqrt{4x^2+9}}{3x-2}$ از نقطهٔ (1 و 2) می گذرد. حاصل $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ کدام است؟

1) $-\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) 1

17 در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{3-\sqrt{x^2+5}}{ax^n+4}$ ، اگر $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\frac{1}{2}$ باشد، آن گاه $\lim_{x\to 2} f(x)$ کدام است؟

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{3}{4}$ 4) $\frac{3}{2}$

کنکور آسان است
KONKURSARA
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید
کنکور آسان است
KONKURsara

18 در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax+\sqrt{4x^2+5}}{2x+2}$، اگر $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\frac{5}{2}$ باشد، آن گاه حد $f(x)$ وقتی $x\to -1$ کدام است؟

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{5}{6}$ 3) $\frac{3}{2}$ 4) $\frac{5}{4}$

کنکور آسان است
KONKURsara
برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید