



کنکور آسان است
KONKURSARA

 /konkursara

 @konkursara_official

021-55756500
www.konkursara.com

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

Subject:

Year: Month: Day: ()

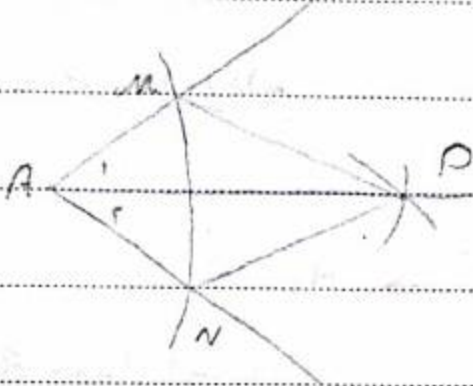
محل دوم ← هندسه (ترسیم مکان هندسی)

مراحل رسم نیم سازه را توضیح دهید؟

۱- مکانی دایره به مرکز A رسم می کنیم و محل برخوردش با دو ضلع زاویه را M و N می نامیم

۲- دو مکان دایره دیگر هم اندازه به مرکز M و N رسم می کنیم و محل برخورد آنها را P می نامیم

۳- خط AP همان نیم سازه زاویه A است



$AM = AN$ → شعاع دایره اول

$PM = NP$ → شعاع دایره دوم

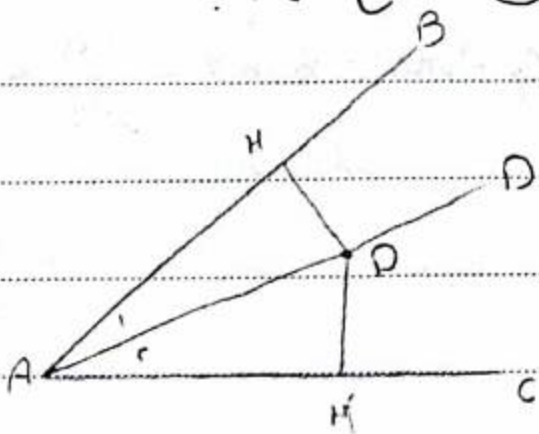
$AP = AP$ → مشترک

ضمین ض → $\triangle AMP \cong \triangle ANP$

اجزا متناظر → $\hat{A}_r = \hat{A}_l$ →

AP نیم سازه زاویه A است

توضیح: اگر نقطه ای روی نیم سازه یک زاویه انتخاب شود آنگاه فاصله آن تا دو ضلع زاویه برابر است



$AD = AD$ → نیم سازه زاویه A است → فرض

محلیم → $PH = PH'$

$AP = AP$ (مشترک) (دو)

برهان

دو زاویه یک زاویه عمود

$\triangle APH \cong \triangle APH'$

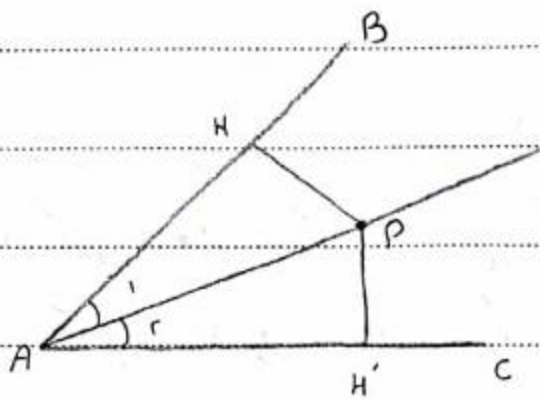
اجزا متناظر → $PH = PH'$

$\hat{A}_r = \hat{A}_l$ فرض

Subject:

Year: Month: Day: ()

تعیین: اگر نقطه‌ای فاصله اش تا دو ضلع زاویه برابر باشد آنگاه آن نقطه روی بیساز زاویه قرار دارد



فرض: $PH = PH'$

حکم: P روی بیساز زاویه A قرار دارد

از A به P وصل می‌کنیم

مشترک (وتر) $AP = AP$

$\triangle APH \cong \triangle APH'$ (دو دایره و دو ضلع) $\xrightarrow{\text{اجزا}} \hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (متناظر)

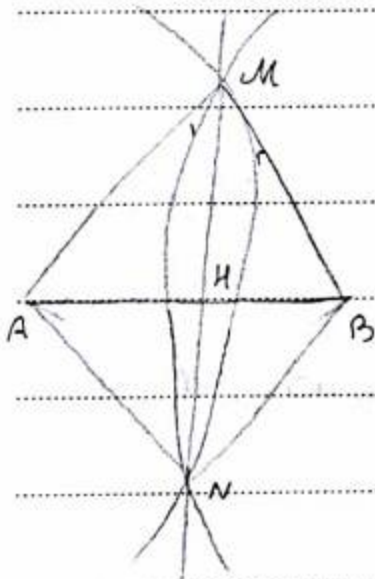
فرض $PH = PH'$

پس AP بیساز است

مرحله رسم عمود و نصف: با قوس‌های دایره؟

دو کمان دایره‌ای هم اندازه با شعاع بیس تر از نصف طول ماره خط رسم می‌کنیم و محل برخورد این دو کمان را M و N

و نامیم خط MN کمان عمود و نصف ماره خط AB است



شعاع کمان $AM = BM$

$\triangle AMN \cong \triangle BMN$ (فرض $AM = BM$) $\xrightarrow{\text{اجزا}} AN = BN$ (متناظر)

مشترک $MN = MN$ $\rightarrow M_1 = M_2$

شعاع کمان $AM = BM$

$\triangle AMH \cong \triangle BMH$ (فرض $AM = BM$) $\xrightarrow{\text{اجزا}} MH = MH$ (مشترک) $\rightarrow M_1 = M_2$ (متناظر)

$M_1 = M_2$ (1)

$AH = BH$

$H_1 = H_2$ (دو زاویه قائمه) $\rightarrow H_1 + H_2 = 180^\circ$

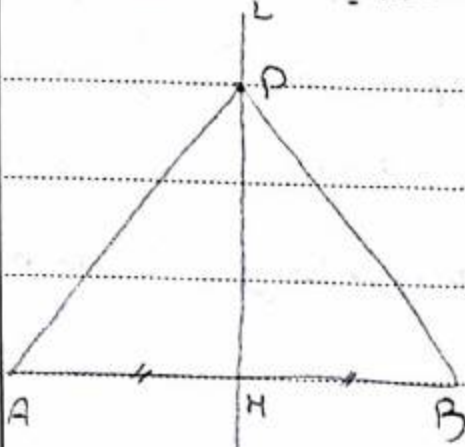
$H_1 = H_2 = 90^\circ$

پس MN عمود و نصف ماره خط AB است

Subject:

Year: Month: Day: ۱ / ۱

قضیه: اگر نقطه دلخواه روی عمود منصف انتخاب شود، آنگاه فاصله آن تا دو سر پایه خط به یک اندازه است.



L عمود منصف است = فرض

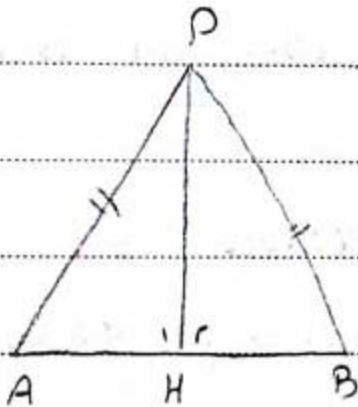
حکم = $AP = BP$

$PH = PH$ مشترک

$AH = BH$ فرض $\xrightarrow{\text{فرض فرض}}$ $\triangle APH \cong \triangle BPH$ اجرا $\rightarrow AP = BP$
متناظر

$H_1 = H_2 \rightarrow 90^\circ$

قضیه: اگر فاصله نقطه ای تا دو سر پایه خط به یک اندازه باشد، آنگاه این نقطه روی عمود منصف قرار دارد.



$AP = BP$: فرض

مقدار P روی عمود منصف پایه خط AB قرار دارد : حکم

ابتدا از P عمود بر AB رسم می کنیم

$AP = BP$ فرض (مقدار)

$\triangle APH \cong \triangle BPH$ اجرا $\rightarrow AH = BH$
متناظر

$PH = PH$ مشترک

یعنی PH عمود منصف AB است و این یعنی P روی عمود منصف AB قرار دارد

Subject:

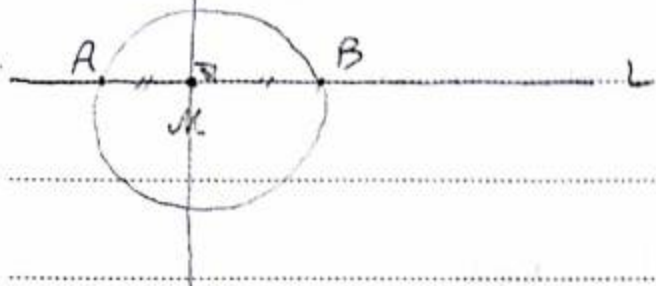
Year: Month: Day: ()

1. مراحل رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ای روی آن را توضیح دهید؟

2. 1- دایره ای به مرکز M و شعاع دلخواه رسم می کنیم تا خط L را در دو نقطه A و B قطع کند

3. 2- عمود منصف AB را رسم می کنیم و آن را L' می نامیم

4. 3- خط L' همان خط عمود بر خط L است



7. $AM = BM$ شعاع دایره \rightarrow فاصله تا دو سر پایه خط به یک اندازه است

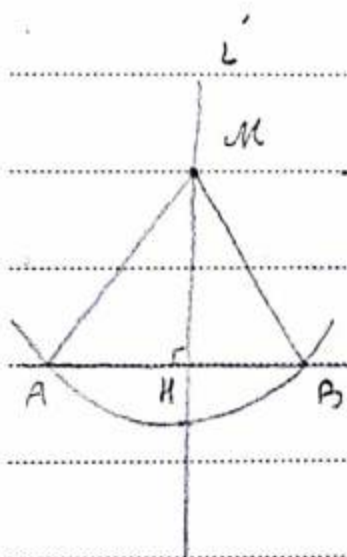
است

10. مراحل رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ای خارج آن را توضیح دهید؟

11. 1- گمانی دلخواه به مرکز M طوری رسم می کنیم که خط L را در دو نقطه A و B قطع کند

12. 2- عمود منصف AB را رسم می کنیم و آن را L' می نامیم

13. 3- خط L' همان خط عمود بود خط L است



15. $AM = BM$ شعاع دایره \rightarrow فاصله M تا دو سر پایه خط به یک اندازه است

16. نقطه M روی عمود منصف قرار دارد

18. مراحل رسم خط موازی با خط از نقطه ای خارج آن را توضیح دهید؟

19. 1- گمانی به مرکز M و شعاع دلخواه طوری رسم می کنیم که خط L را در دو نقطه A و B قطع کند

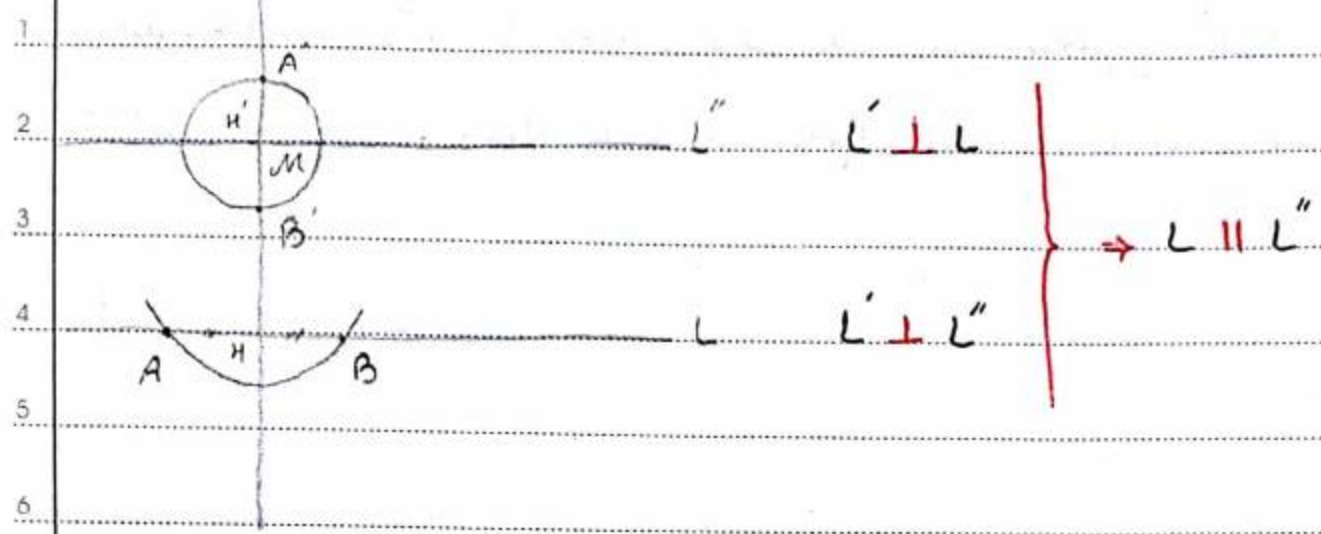
20. 2- خط عمود منصف AB را رسم می کنیم و آن را L' می نامیم

21. 3- دایره ای به مرکز M و شعاع دلخواه رسم می کنیم تا خط L' را در دو نقطه A' و B' قطع کند

22. 4- عمود منصف $A'B'$ را رسم می کنیم و آن را L'' می نامیم

23. 5- خط L'' همان خط موازی خواسته شده می باشد

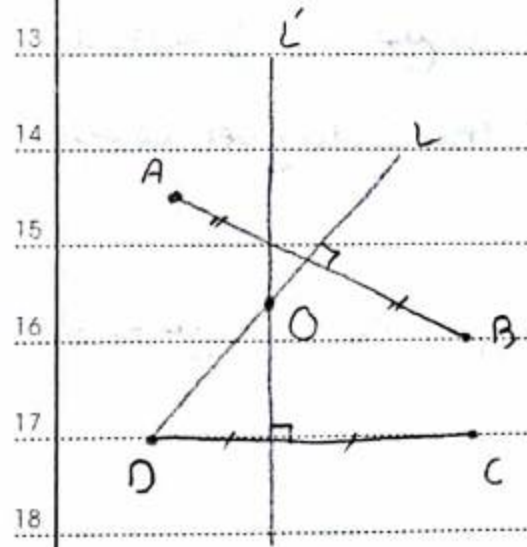
Subject:
 Year: Month: Day: ()



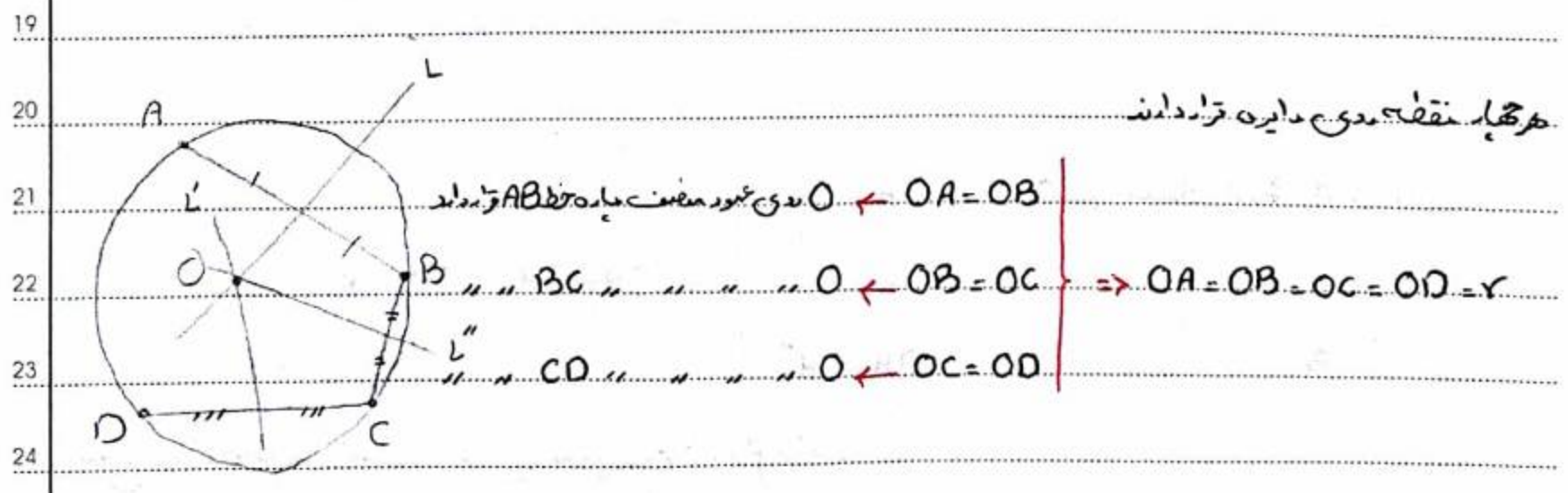
تمرین صفحه ۱۶ - ۳۰

۱. دو پاره خط AB و CD مطابق شکل داده شده اند. نقطه O بیابید که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد.

۲. نقطه مورد نظر در تقاطع دو دایره O و O' می باشد. اگر نقطه O روی عمود منصف پاره خط BC باشد و دایره G دایره O به مرکز O و شعاع OA باشد. آیا این دایره G نسبت به دایره O چه وضعیتی دارد؟ چرا؟



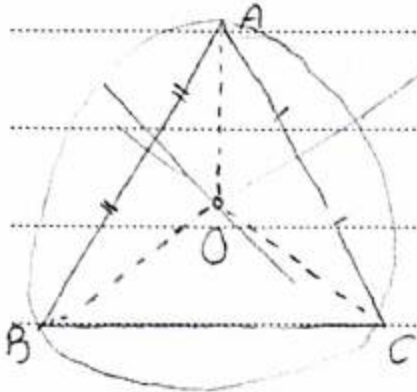
ابتدا عمود منصف پاره خط AB را رسم می کنیم سپس عمود منصف پاره خط CD را نیز رسم می کنیم محل برخورد این دو عمود منصف جواب مورد نظر می باشد.



Subject:

Year: Month: Day: ()

۱. مثلث دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. عمود منصف‌های دو ضلع این مثلث را رسم کنید و نقطه برخورد آنها را O بنامید به مرکز O و به شعاع OA یک دایره رسم کنید. نقاط B و C نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟



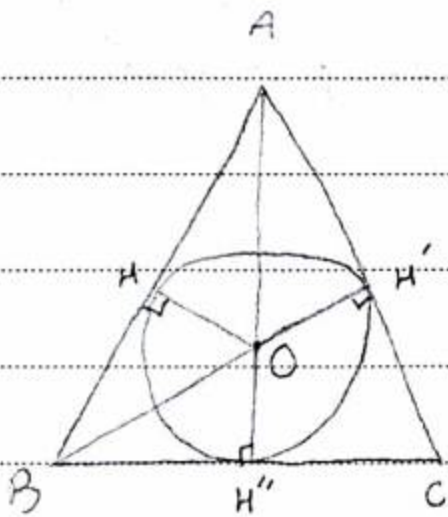
نقاط B و C روی دایره قرار دارند زیرا:

$$O \text{ روی عمود منصف ضلع } AB \text{ قرار دارد} \rightarrow OA = OB$$

$$\Rightarrow OA = OB = OC = r$$

$$O \text{ روی عمود منصف ضلع } AC \text{ قرار دارد} \rightarrow OA = OC$$

۲. مثلث دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. نیمسازهای دو زاویه این مثلث را رسم کنید و نقطه برخورد آنها را O بنامید. از نقطه O بر سه ضلع مثلث عمود رسم کنید و پای یکی از عمودها را H بنامید به مرکز O و به شعاع OH دایره‌ای رسم کنید. اضلاع مثلث ABC نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟



هر سه ضلع مثلث بر دایره رسم شده مماس است زیرا:

$$O \text{ روی نیمساز زاویه } A \text{ قرار دارد} \rightarrow OH = OH'$$

$$\Rightarrow OH = OH' = OH'' = r$$

$$O \text{ روی نیمساز زاویه } B \text{ قرار دارد} \rightarrow OH = OH''$$

شعاع بر سه ضلع عمود است و این تعریف خط مماس است

Subject:

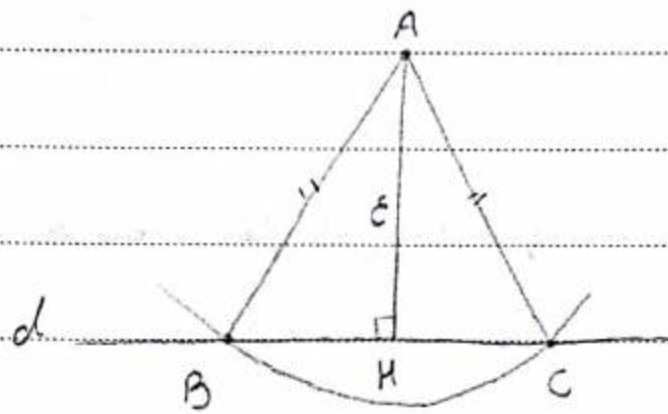
Year: Month: Day:

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

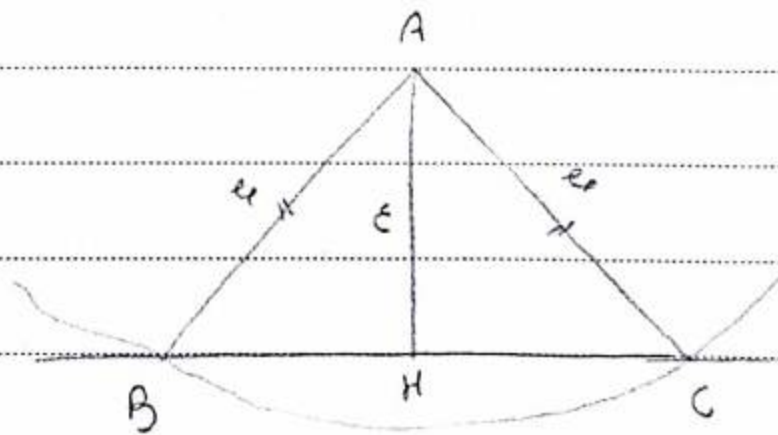
کنکور آسان است
KONKURSARA

۱. فرض کنید نقطه A به فاصله ϵ سانتی متر از خط BC باشد. در این رسم هر یک از ضلع‌های زیر را توضیح دهید.
۲. الف) مثلث متساوی‌الساقین که A یک رأس آن و تقاطع آن بر خط BC منطبق باشد.
۳. ب) مثلثی که شرایط الف را داشته باشد و طول ساق آن ϵ سانتی متر باشد.
۴. ج) مثلثی رسم کنید که شرایط الف و ب را داشته باشد و مساحت آن 8 cm^2 باشد.

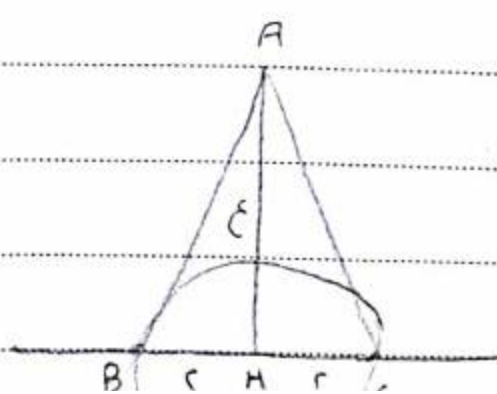
۶. الف) دایره‌ای به مرکز A و شعاع بی‌تناهی ϵ رسم می‌کنیم محل برخورد کمان d و رأس‌های دوم دایره‌ی مثلث می‌باشند.



۱۲. ب) کمانی به مرکز A و شعاع ϵ رسم می‌کنیم محل برخورد کمان d و رأس‌های دوم دایره‌ی آن را می‌سازند.



۱۹. ج) دایره‌ای به مرکز H و شعاع r رسم می‌کنیم محل برخورد این دایره با خط d و رأس‌های دوم دایره‌ی آن را می‌سازند.



۲۱. $S = \Delta$

۲۲. $\Rightarrow \frac{1}{r} AH \times BC = \Delta$

۲۳. $\Rightarrow \frac{1}{r} \times \epsilon \times BC = \Delta$

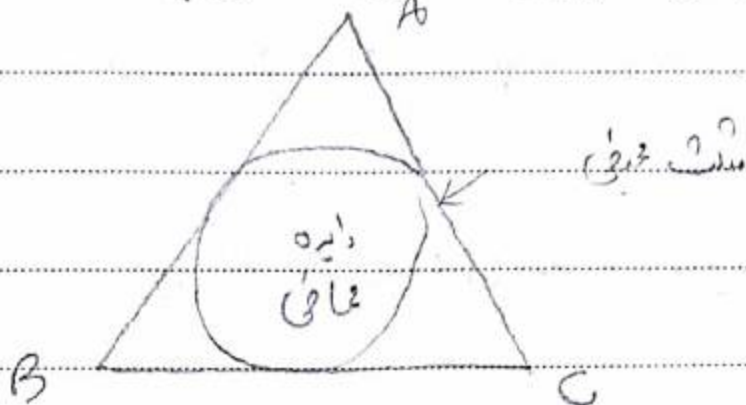
۲۴. $\Rightarrow \boxed{BC = \epsilon}$

Subject:

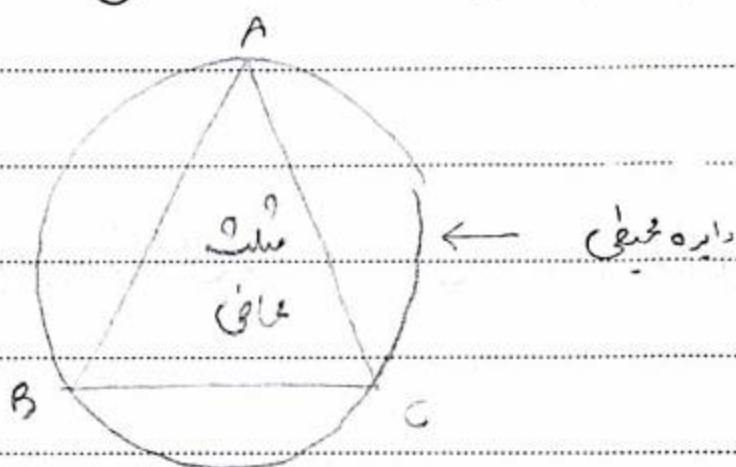
Year: Month: Day: ()

نکته: در مثل متساوی الساقین ارتفاع نیمساز عمود منصف و میانجی است

نکته: مرکز دایره محیطی محل تقاطع نیمسازهای مثلث می باشد



نکته: مرکز دایره محیطی محل تقاطع عمود منصف های اضلاع مثلث می باشد



Subject:

Year:

Month:

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

کنکور آسان است
KONKURSARA

درس دوم ← استدلال و قضیهٔ تالس

نسبت و تناسب

① $ad = bc$

② $\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$

③ $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow$ ④ $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

⑤ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

⑥ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

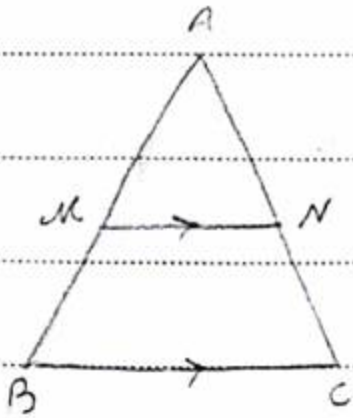
استدلال استقرایی: استدلالی که در آن با مشاهده و بررسی یک موضوع در ابتدا نتیجه ای را از آن گرفته می شود یعنی از جز به کل می رسم. در نتیجه می شود.

استدلال استنباطی: استدلالی است که بر اساس نتیجه گیری منطقی بر پایهٔ دانسته های که درستی آنها پذیرفته ایم بیان می شود.

Subject:

Year: Month: Day: ()

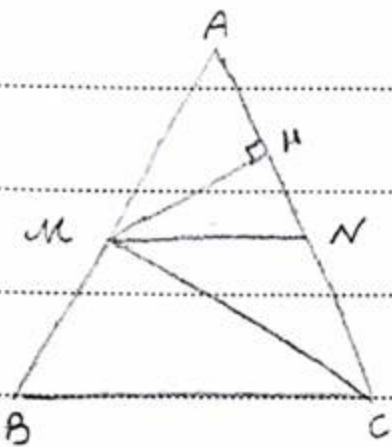
قضیه تالس: اگر در مثلث د خطواً به موازات یکی از اضلاع مثلث موازی بکشیم آنگاه داریم



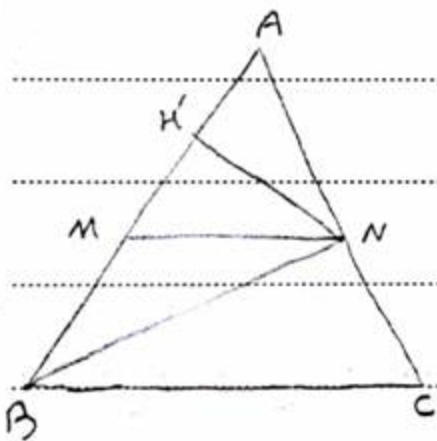
$$\text{جزء به جزء: } \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN}$$

$$\text{جزء به کل: } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

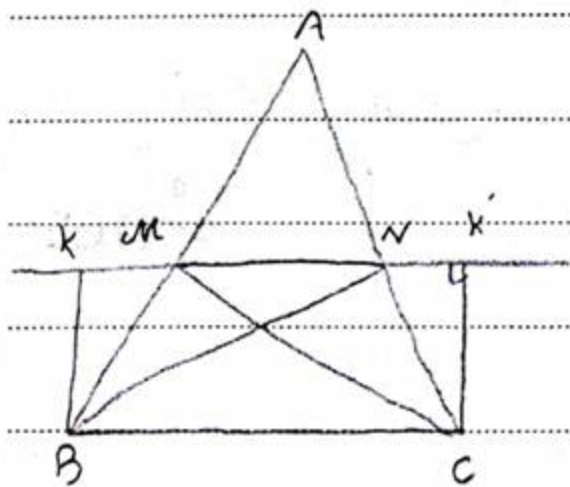
ثابت جز به جزء:



$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle CMN}} = \frac{\frac{1}{2} MH \times AN}{\frac{1}{2} MH \times CN} \Rightarrow \frac{AN}{CN} \quad (1)$$



$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle BMN}} = \frac{\frac{1}{2} NH' \times AM}{\frac{1}{2} NH' \times BM} \Rightarrow \frac{AM}{BM} \quad (2)$$



$$MN \parallel BC \Rightarrow BK = CK' \quad (3)$$

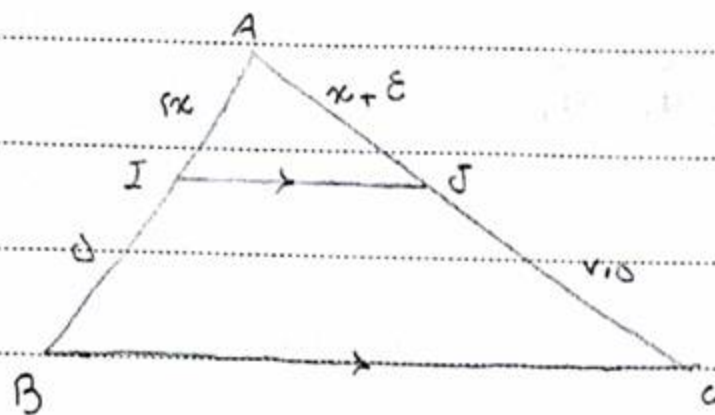
$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle CMN} &= \frac{1}{2} CK' \times MN \\ S_{\triangle BMN} &= \frac{1}{2} BK \times MN \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(3)} S_{\triangle CMN} = S_{\triangle BMN} \quad (4)$$

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN}$$

از (1), (2), (4) می توان نتیجه گرفت که ←

Subject:
Year: Month: Day: ()

با تشکیل یک معادله مقدار x و اندازه پاره‌های AI و AJ را بدست آورید



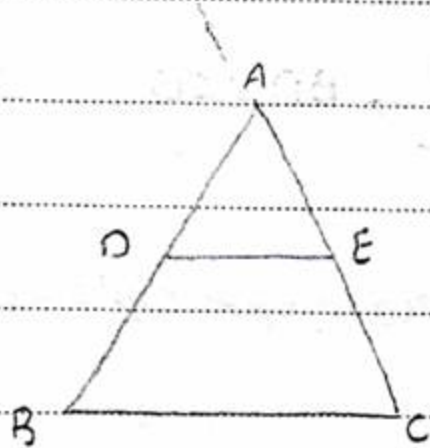
$IJ \parallel BC$ فرضیه
تالس $\rightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{AJ}{CJ}$

$\Rightarrow \frac{2x}{5} = \frac{x+5}{15} \Rightarrow 15x = 5x + 25$

$\Rightarrow 10x = 25 \Rightarrow \boxed{x = 2.5}$

$AI = 2x = 5$

$AJ = x + 5 = 7.5$



عکس قضیه تالس

نتیجه به شکل آید $DE \parallel BC$ آنگاه $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

برهان خلف: فرضی از استدلال که در مسائل مباحث هندسی از آن استفاده می شود برهان غیر مستقیم یا برهان خلف است. در این برهان به جای اینکه به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به دستي حکم برسیم فرض می کنیم حکم درست نباشد (فرض خلف) و به یک تناقض یا به یک نتیجه غیر ممکن می رسیم و به این ترتیب فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می شود.

اگر $n \in \mathbb{N}$ عددی فرد باشد آنگاه n نیز عددی فرد است

$n \in \mathbb{N}$
فرض

n فرد است: حکم

n^2 فرد است

برهان خلف

فرض خلف می کنیم که n فرد باشد پس n زوج است

$n = 2k \xrightarrow{\text{توان } 2} n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2) \Rightarrow n^2 = 2k'$

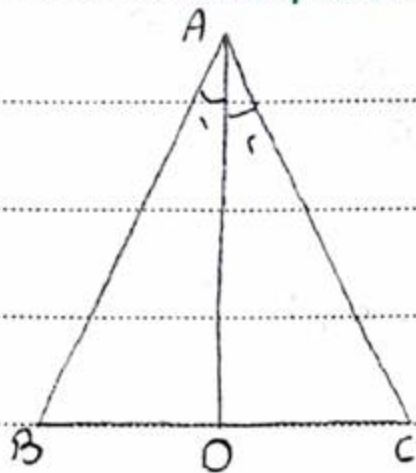
پس n^2 نیز زوج است که با فرض تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است یعنی n

فرد است

Subject:

Year: Month: Day: ()

فرض کنید AD منبسط زاویه A از مثلث ABC باشد اگر $BD \neq DC$ باشد آنگاه $AB \neq AC$



فرض AD منبسط $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
 $BD \neq DC$
نتیجه: $AB \neq AC$

برهان خلف \leftarrow فرض خلف می کنیم که $AB = AC$

$AB = AC$ فرض خلف

$A_1 = A_2$ منبسط $\xrightarrow{\text{فرض فرض}} \triangle ABD \cong \triangle ACD \xrightarrow[\text{مناظر}]{\text{اجزا}} BD = CD$

$AD = AD$ مشترک

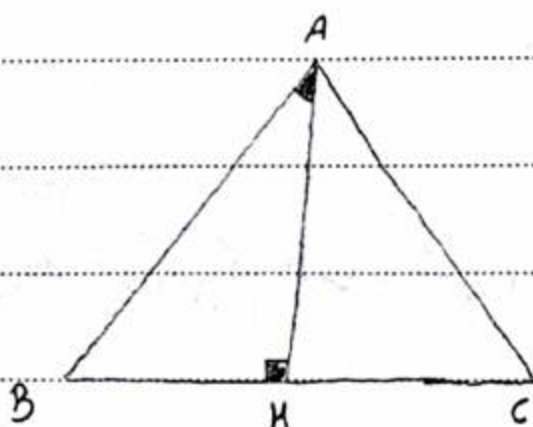
نتیجه فرض به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است یعنی $AB \neq AC$

سوال نقض: به مثالی که در متن یک حکم را زیر سوال می برد مثال نقض می گویند

کمتر اعداد اول فرد هستند \leftarrow مثال نقض: 2

در مثلث متقابل مساحت مثلث قائم الزاویه ABC دو روش محاسبه کنید و از تساوی دو عبارت به دست

آید برای مساحت مثلث یک تناسب به دست آورید



$$S_1 = \frac{1}{2} AH \times BC$$

$$S_2 = \frac{1}{2} AB \times AC$$

$$\Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times AC$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC}$$

کنکور آسان است
KONKURSARA

برای دانلود اپلیکیشن اینجا را کلیک کنید

Shafiei
Publication

Subject:

Year: Month: Day: ()

تربیات صفحه ۱۰۰ - ۱۰۱

در صورت مقدار عددی نسبت $\frac{a}{b}$ را بیست آورید؟

$$\frac{a}{10+a} = \frac{b}{1+b}$$

راه اول $\rightarrow 1a + ab = 10b + ab \Rightarrow 1a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{1} = \frac{10}{1}$

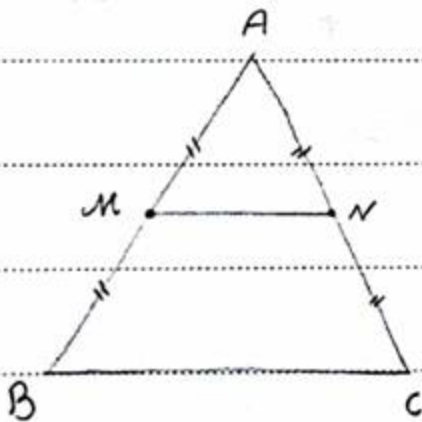
راه دوم $\rightarrow \frac{a}{10+a-a} = \frac{b}{1+b-b} \Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{1} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{1} = \frac{10}{1}$

$$\frac{2a+10}{10+2a} = \frac{2b+1}{1+2b}$$

$$(2a+10)(1+2b) = (2b+1)(10+2a) \Rightarrow 2a + 4ab + 10 + 20b = 20b + 4ab + 10 + 2a$$

$$\Rightarrow 2a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{2}$$

ثابت کنید در هر مثلثی که در وسط آن دو ضلع مساوی باشد، با ضلع سوم می‌توان دو ضلع مساوی دیگر ساخت.



معلوم $MN \parallel BC$
 $BC = 2MN$

فرض $AM = BM \Rightarrow \frac{AM}{BM} = 1$

فرض $AN = CN \Rightarrow \frac{AN}{CN} = 1$

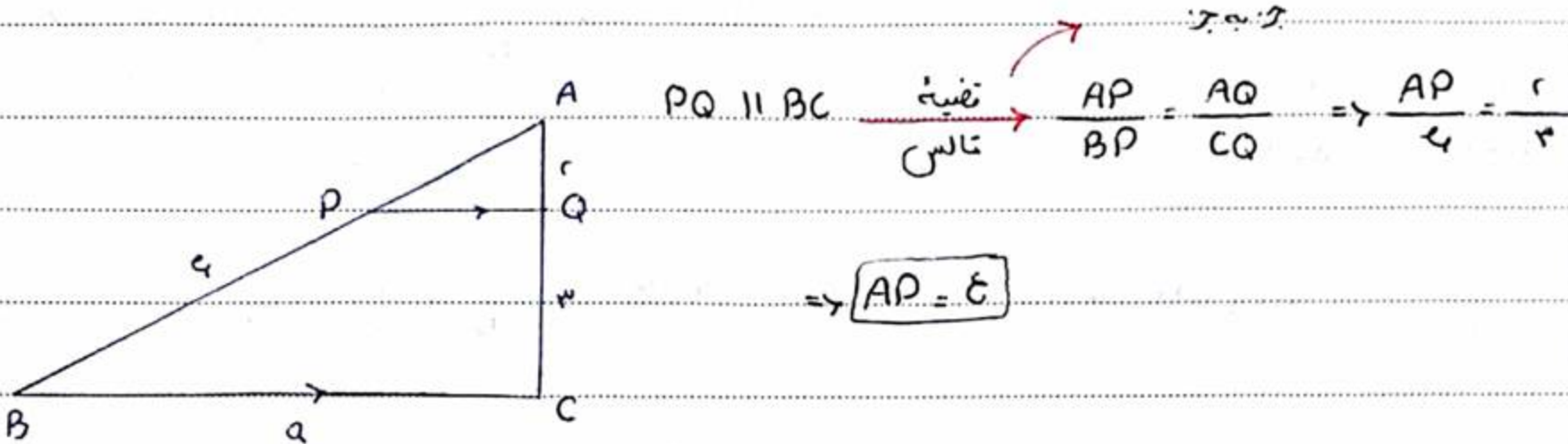
$\Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN} \xrightarrow[\text{تضییع تالیس}]{\text{ضیق عکس}} MN \parallel BC \xrightarrow[\text{جز به کل}]{\text{تضییع تالیس}}$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{2AM} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 2MN$$

Subject:

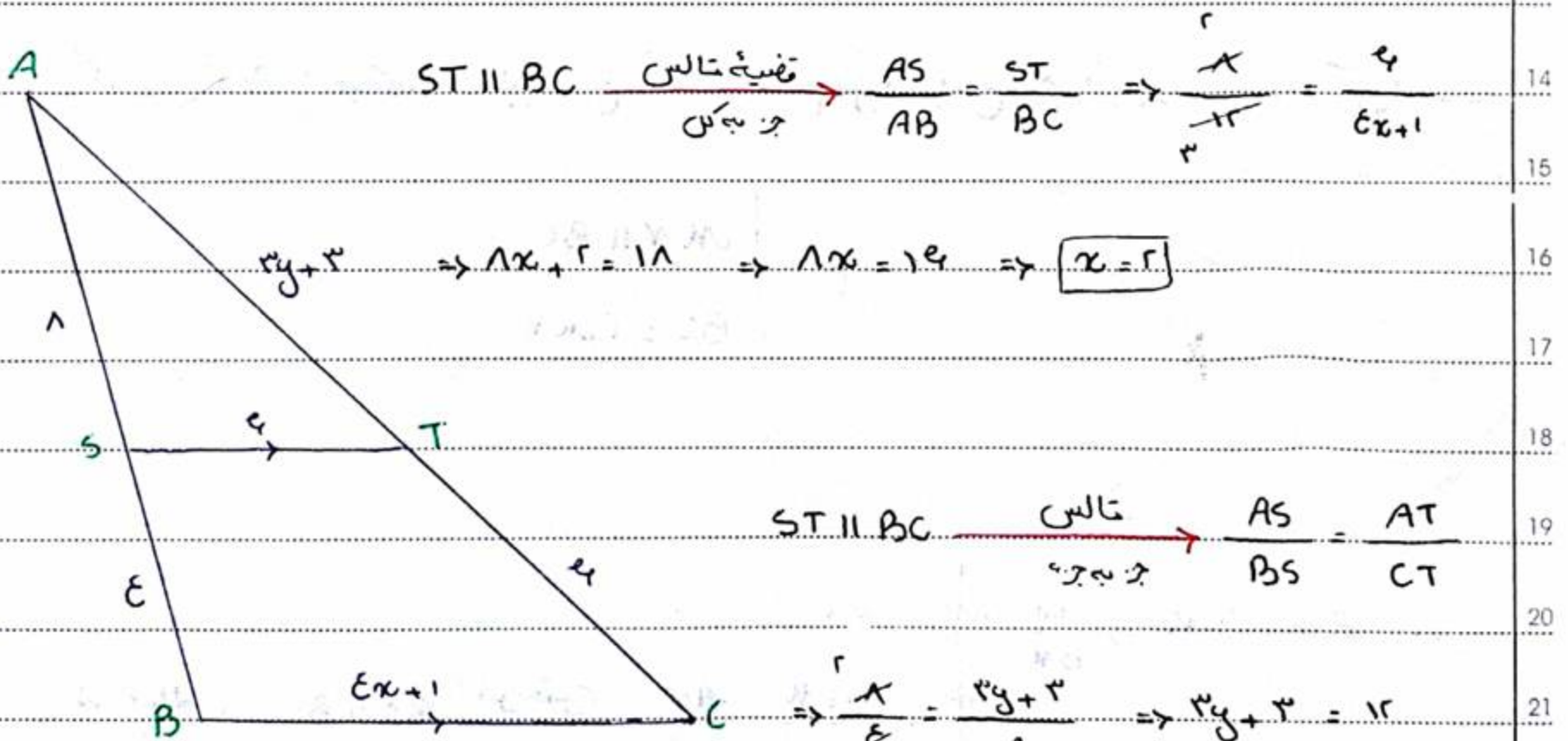
Year: Month: Day: ()

در شکل مقابل $PQ \parallel BC$ است طول پاره خط‌های AP و PQ را بیست‌درید؟



$PQ \parallel BC$ تضییق تالس جز به کل $\rightarrow \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{r}{5} = \frac{PQ}{a} \Rightarrow \boxed{PQ = \frac{ra}{5}}$

در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است مقادیر x و y را بیست‌درید؟



$ST \parallel BC$ تالس جز به جز $\rightarrow \frac{AS}{BS} = \frac{AT}{CT}$

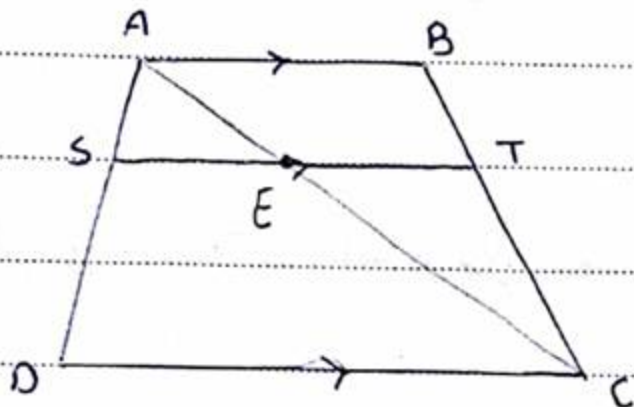
$\Rightarrow \frac{r}{3} = \frac{3y+3}{4} \Rightarrow 3y+3 = 12$

$\Rightarrow 3y = 9 \Rightarrow \boxed{y = 9}$

Subject:

Year: Month: Day: ()

در دو نقطه مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است ثابت کنید $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$



$$\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$$

ابتدا از A به C وصل می کنیم

$\triangle ADC \Rightarrow SE \parallel CD$ $\xrightarrow{\text{تضییع متالیس}}$ $\frac{AS}{SD} = \frac{AE}{CE}$

$\triangle ABC \Rightarrow ET \parallel AB$ $\xrightarrow{\text{تضییع متالیس}}$ $\frac{BT}{TC} = \frac{AE}{CE}$

$$\Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$$

در هر دو دریا عرض کردن در ضمن دو حکم عکس آنچه را داده شده است بنویسید؟

الف) اگر در مثل سه ضلع برابر باشند آنگاه سه زاویه نیز برابر خواهند بود

اگر در مثل سه زاویه برابر باشند آنگاه سه ضلع نیز برابر خواهند بود

ب) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبرو موازی باشند در این صورت زوایای مقابل ما هم برابرند

اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل ما هم برابر باشند در این صورت اضلاع روبرو موازی اند

پ) اگر رأس های یک چهارضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند در این صورت زوایای مقابل آن چهارضلعی مکمل اند

اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل مکمل باشند در این صورت رأس های آن چهارضلعی روی یک دایره قرار دارند

Subject:

Year: Month: Day: ()

1. در یک مثلث اگر دو ارتفاع برابر باشند (ضلع متناظر به ارتفاع بزرگتر) کوچکتر است از (ضلع مقابل به ارتفاع کوچکتر)
 2. در یک مثلث اگر ضلع متناظر به ارتفاع کوچکتر باشد به ضلع بزرگتر کوچکتر است از ارتفاع مقابل به ضلع کوچکتر

3. با برهان خلف ثابت کنید نمی توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط دو عمود بر آن رسم کرد؟



حکم: از A فقط یک خط عمود می توان رسم کرد

برهان خلف: فرض خلف می کنیم که A بیش از یک خط عمود

رسم کرد یعنی حداقل ۲ تا

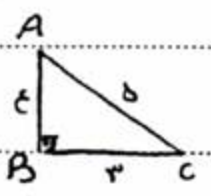
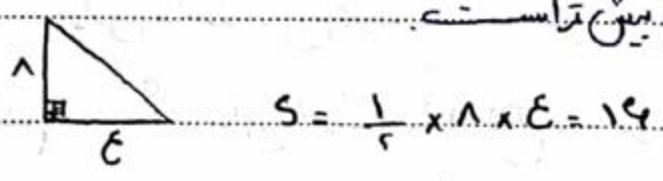
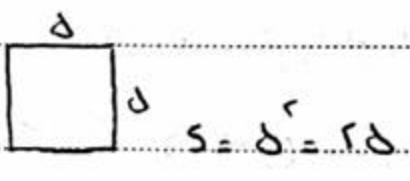
$\hat{A} = \text{فرض}$

$\hat{H} + \hat{H}' + \hat{A} = 180^\circ = \hat{A} = 0$ مجموعه زوایای داخلی مثلث

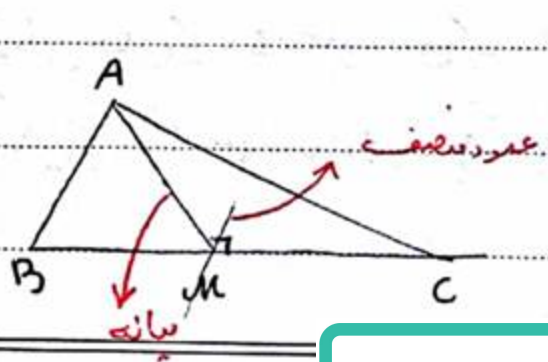
به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است

هریک از حکم های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید

الف) هیچ عدد اول بزرگتر از ۱۲۷ وجود ندارد. ۱۳۱ عددی اول است



ب) در هر مثلث اندازه هر ضلع از اندازه هر ارتفاع بزرگتر است



ج) در هر مثلث بیانه و عمود منصف متناظر به هر ضلع بر هم منطبق اند

Subject:

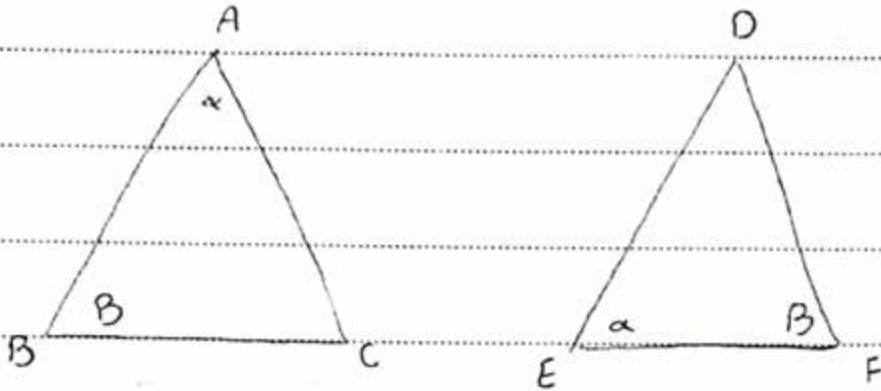
Year: Mc

برای دریافت نمونه سوالات و جزوات رایگان بیشتر کلیک کنید

کنکور آسان است
KONKURSARA

در این مبحث - تناسب مثلث ها

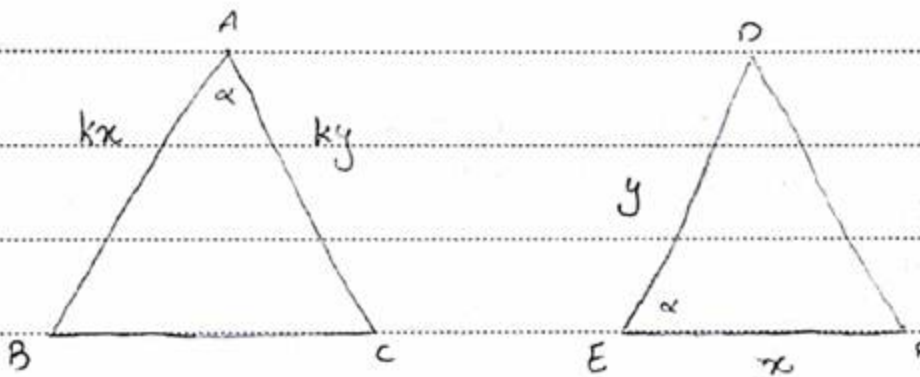
حالت های مشابه مثلث ها



دو زاویه برابر $\hat{A} = \hat{E} = \alpha$
 $\hat{B} = \hat{F} = \theta$

زاویه $\rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$ \rightarrow اجزا متناظر

$\hat{C} = \hat{D}$
 $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{DE} = k$



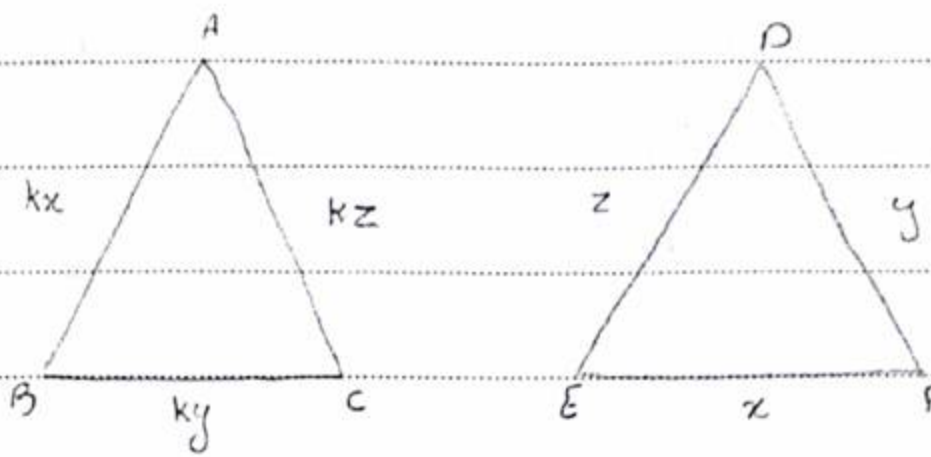
دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر $\hat{A} = \hat{E} = \alpha$
 $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{DE} = k$

دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر $\rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$ \rightarrow

$\hat{B} = \hat{F}$
 $\hat{C} = \hat{D}$
 $\frac{BC}{DF} = k$

Subject:

Year: Month: Day: ()

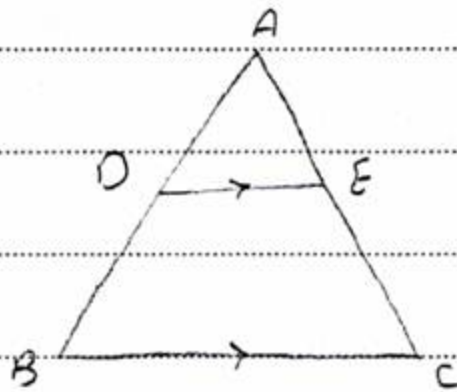


① + ② = ③ ⇒ $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{DE} = k$ سه ضلع متناسب $\rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$ اجزا متناف $\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{E} \\ \hat{B} = \hat{F} \\ \hat{C} = \hat{D} \end{array} \right\}$

تضیه اساسی تضیه مثلث ها

اگر خط موازی یکی از اضلاع مثلث را در ضلع دیگر قطع کند در این صورت مثلث کوچک که به وجود می آید با مثلث بزرگ

اولیه متناسب است



برهان:

$DE \parallel BC$

$DE \parallel BC$

$\Rightarrow \hat{D} = \hat{B}$ ①

$\Rightarrow \hat{E} = \hat{C}$ ②

جواب AB

جواب AC

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ ③

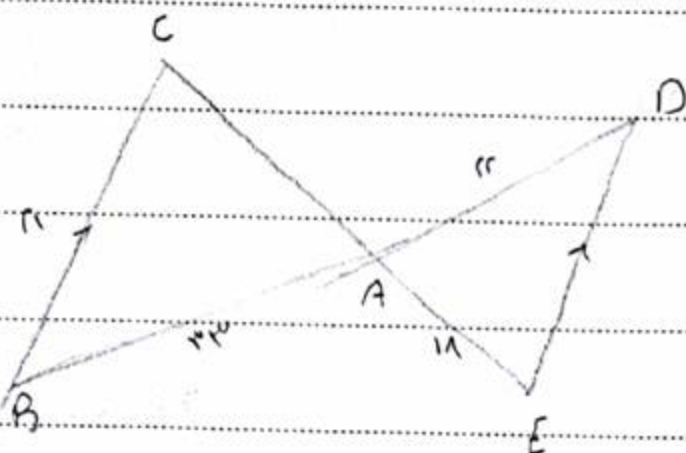
و از طرفی طبق تضیه قائس داریم \leftarrow

از ①، ② و ③ می توان نتیجه گرفت که مثلث ADE با مثلث ABC متناسب هستند

Subject:

Year: Month: Day: ()

در مثل مقابل $BC \parallel DE$ اندازه یاره خطهای CA و DE را بدست آورید.



مقابل به مقابل $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

رنز $\rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$

$\hat{C} = \hat{E}$ ($BC \parallel DE$)
(CE قوس)

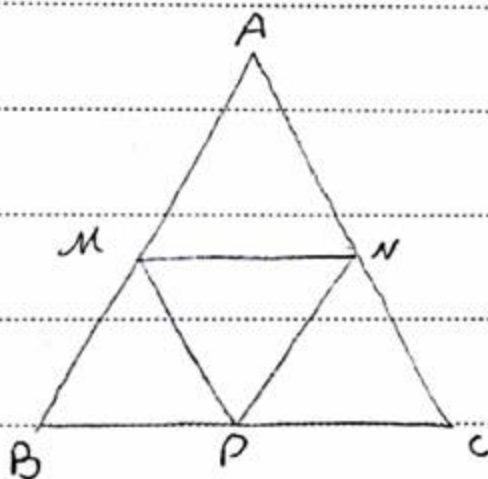
اجرا
مناظر

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{1}{1}$$

$AC = \frac{3 \times 1}{1} = 3$

$DE = \frac{1 \times 3}{1} = 3$

اگر نقاط M, N, P مطابق شکل وسطهای اضلاع ABC باشند ثابت کنید مثلتهای ABC و MNP متشابهاند.



$AM = BM \Rightarrow \frac{AM}{BM} = 1$

$\Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN} \Rightarrow MN \parallel BC$

$AN = CN \Rightarrow \frac{AN}{CN} = 1$

در هر طریق مشابه ثابت می شود که $PM \parallel AC$ و $NP \parallel AB$ پس داریم:

$MN \parallel BP$

$BP \parallel MN \Rightarrow \hat{B} = \hat{N}$ (1)

$NP \parallel BM$

$MN \parallel CP$

$CP \parallel MN \Rightarrow \hat{C} = \hat{M}$ (2)

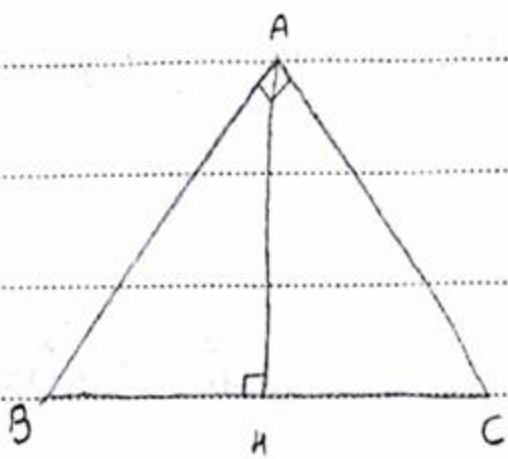
$MP \parallel CN$

$\hat{B} = \hat{N}$ (1)

$\hat{C} = \hat{M}$ (2)

رنز $\rightarrow \triangle ABC \sim \triangle PNM$

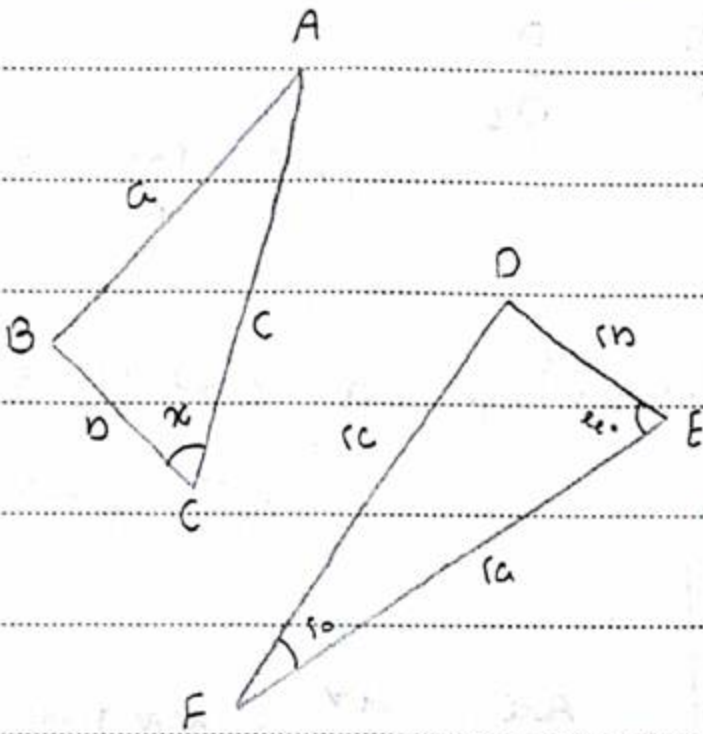
Subject:
Year: Month: Day: ()



- نکته:
- (۱) $\triangle ABC \sim \triangle ABH \sim \triangle ACH$
 - (۲) $AH^2 = BH \times CH$
 - (۳) $AB^2 = BH \times BC$
 - (۴) $AC^2 = CH \times BC$

تین صفحه ۵

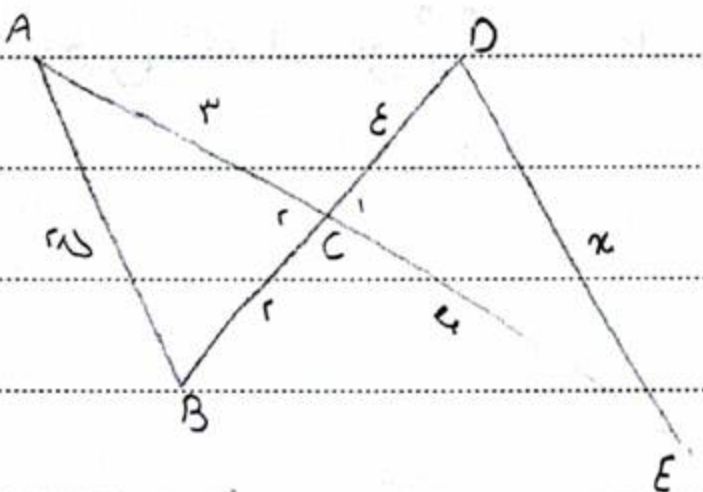
۱- در هر مثلث متساوی الساقین ها تا ثابت کنید و مقادیر x و y را مشخص کنید؟



$$\frac{EF}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{DF}{AC} = r \xrightarrow[\text{متناسب}]{\text{سه ضلع}} \triangle ABC \sim \triangle FED$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{D} \Rightarrow \boxed{x = 100^\circ}$$

$$\hat{D} = 180 - (r_0 + s_0) = 100$$



$$\frac{CD}{BC} = \frac{CE}{AC} = r$$

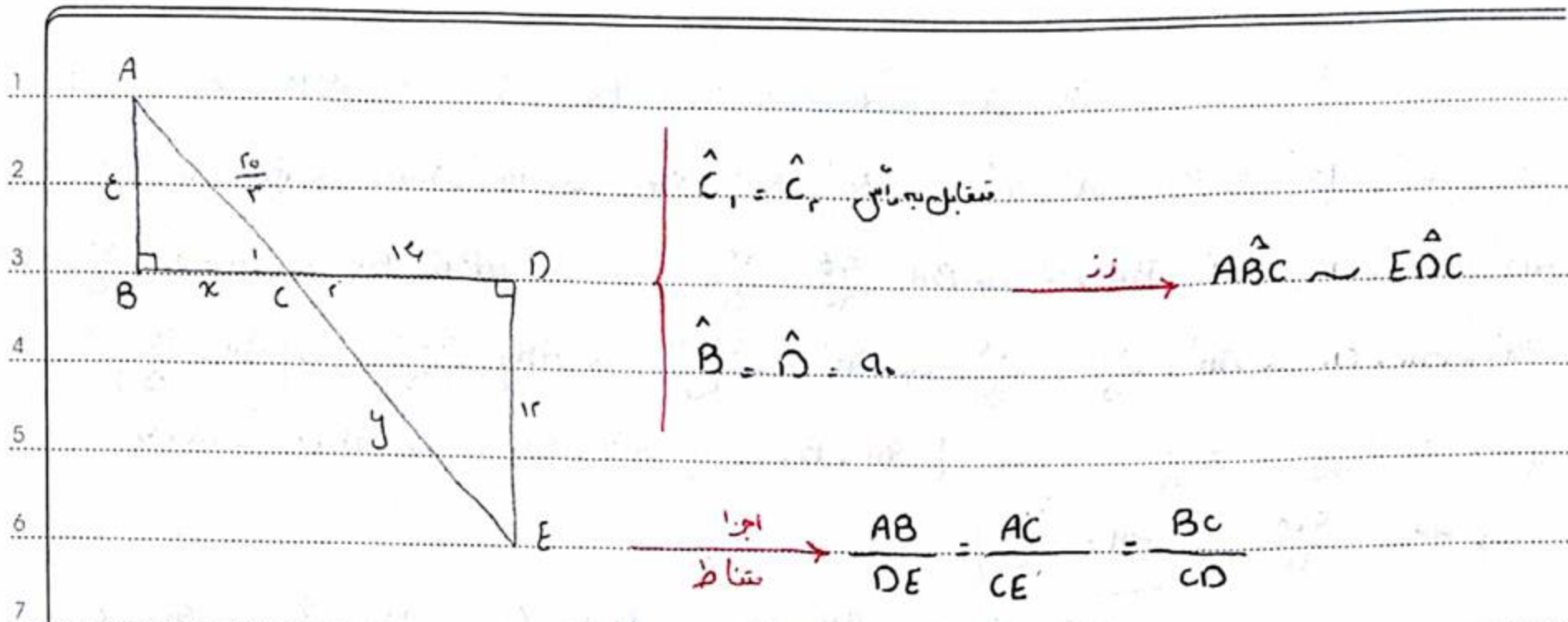
$$\xrightarrow[\text{دو ضلع متناسب}]{\text{دو زاویه بین برابر}} \triangle ABC \sim \triangle EDC$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \text{ متقابل به رأس}$$

$$\xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزا}} \frac{DE}{AB} = r \Rightarrow \frac{x}{r_1} = r \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

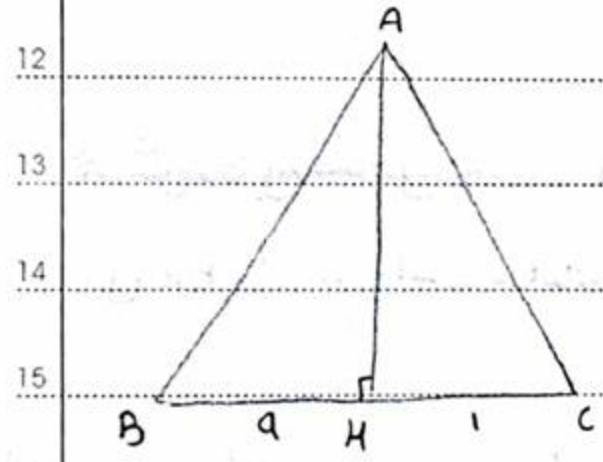
Subject:

Year: Month: Day: ()



$\Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{10}{12} \cdot \frac{x}{14} \Rightarrow \frac{x}{14} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{x = \frac{14}{3}}$
 $\frac{10}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{10}{3} \times 3 \Rightarrow \boxed{y = 10}$

در مثل قائم الزاویه روبرو در حالت اندازه گیری خط خواسته شده است. اگر چه



$BC = 10 \quad BH = a$
 $AH = ? \Rightarrow AH^2 = BH \times CH \Rightarrow a \times 1 = 1 \Rightarrow \boxed{AH = 1}$
 $AB = ? \Rightarrow AB^2 = BH \times BC \Rightarrow a \times 10 = 10 \Rightarrow AB = \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$
 $AC = ? \Rightarrow AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 1 \times 10 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$

$AC = 5 \quad CH = 2 \quad BC = ? \quad AH = ? \quad AB = ?$

$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 5^2 = 2 \times BC \Rightarrow BC = \frac{25}{2}$
 $BH = BC - CH = \frac{25}{2} - 2 = \frac{21}{2}$
 $AH^2 = BH \times CH \Rightarrow AH^2 = \frac{21}{2} \times 2 \Rightarrow AH^2 = 21 \Rightarrow AH = \sqrt{21}$
 $AB^2 = BH \times BC \Rightarrow \frac{21}{2} \times \frac{25}{2} \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{21}}{2}$

Subject:
 Year: Month: Day: ()

$$AB = 1 \quad AC = 4 \quad BC = ? \quad AH = ?$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \rightarrow BC^2 = 1^2 + 4^2 \Rightarrow BC^2 = 1 + 16 \Rightarrow BC^2 = 17 \Rightarrow BC = \sqrt{17}$$

$$AB^2 = BH \times CH \rightarrow 1^2 = BH \times 16 \Rightarrow BH = \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

$$AH^2 = BH \times CH \rightarrow AH^2 = \frac{1}{16} \times 16 \Rightarrow AH^2 = 1 \Rightarrow AH = 1$$

روش دیگر: $S_{ABC} = S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times AC \Rightarrow AH \times 17 = 1 \times 4$

$$\Rightarrow AH = \frac{4 \times 1}{17} \Rightarrow AH = \frac{4}{17}$$

$$AB = 12 \quad AH = 4 \quad BH = ? \quad BC = ? \quad AC = ?$$

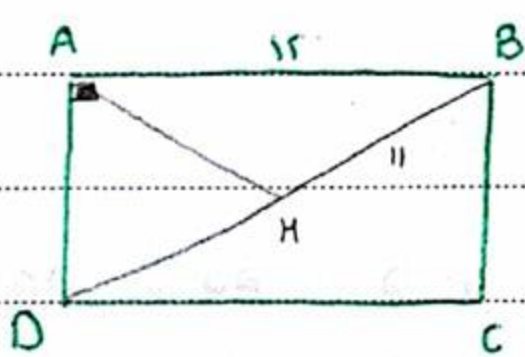
$$BH^2 + AH^2 = AB^2 \Rightarrow BH^2 + 4^2 = 12^2 \Rightarrow BH^2 + 16 = 144 \Rightarrow BH^2 = 128 \Rightarrow BH = 8\sqrt{2}$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 12^2 = 8\sqrt{2} \times BC \Rightarrow BC = \frac{144}{8\sqrt{2}} \Rightarrow BC = \frac{18}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = 9\sqrt{2}$$

$$CH = BC - BH \Rightarrow CH = 9\sqrt{2} - 8\sqrt{2} \Rightarrow CH = \sqrt{2}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = \sqrt{2} \times 9\sqrt{2} \Rightarrow AC^2 = 18 \times 2 \Rightarrow AC = 6\sqrt{2}$$

۲. شکل مقابل مستطیل به طول ۱۲ است. اگر نقطه A عمودی بر قطر BD رسم کنیم و پای عمود را H بنامیم طول BH برابر ۱۱ است. اندازه عمود رسم شده طول قطر مستطیل و اندازه عرض مستطیل را محاسب کنید.



$$AH^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow AH^2 + 11^2 = 12^2 \Rightarrow AH^2 = 12^2 - 11^2 \Rightarrow AH = \sqrt{12^2 - 11^2}$$

$$\Rightarrow AH^2 = (12-11)(12+11) \Rightarrow AH^2 = 1 \times 23 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$AH^2 = BH \times DH \Rightarrow (\sqrt{23})^2 = 11 \times DH \Rightarrow DH = \frac{23}{11}$$

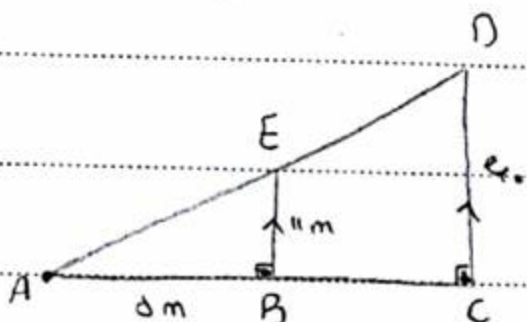
$$BD = BH + DH \Rightarrow BD = 11 + \frac{23}{11} = \frac{121 + 23}{11} \Rightarrow BD = \frac{144}{11}$$

$$AD^2 = DH \times BD \Rightarrow AD^2 = \frac{23}{11} \times \frac{144}{11} \Rightarrow AD = \frac{12\sqrt{23}}{11}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

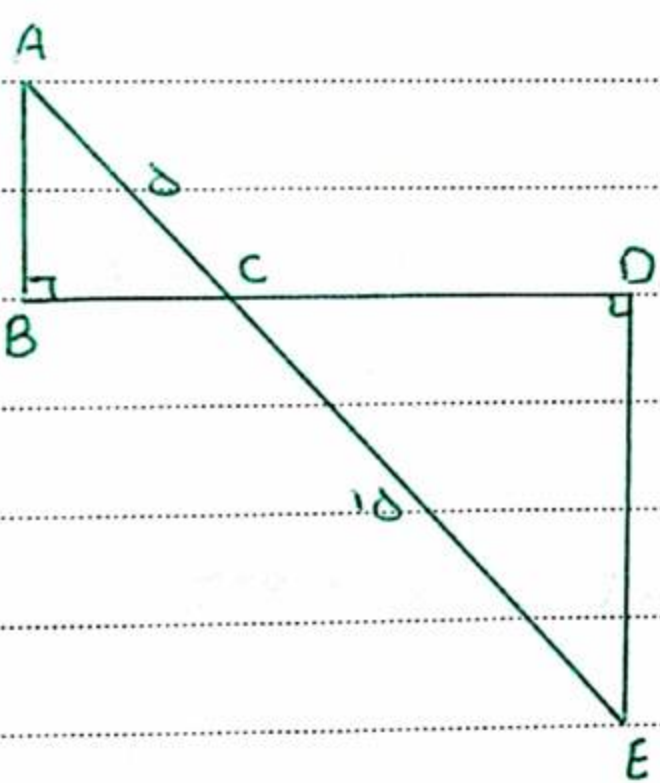
1. مردی در یک کسبه قطاری نورافکن به ارتفاع ۹ متر قرار گرفته است فردی که در طرف دیگر در خانه ایستاده می خواهد فاصله خود را تا پایه نورافکن محاسبه کند برای این کار چوبی به طول یک متر را روی زمین قرار می دهد و مشاهده می کند که طول سایه چوبی برابر ۵ متر است فاصله این مرد تا پایه نورافکن چقدر است؟



$BE \parallel CD$ $\xrightarrow{\text{تثبیت مائلین}} \text{جواب کن}$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} \Rightarrow \frac{5}{AC} = \frac{1}{9} \Rightarrow AC = 45 \Rightarrow BC = 45 \text{ m}$$

2. در مثل متساوی الساقین دو مثلث قائم الزامی مشاهده می شود نسبت محیط ها و مساحت ها را بنویسید؟



$\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$

$\xrightarrow{\text{ر.ز}} \triangle ABC \sim \triangle CDE$

متقابل بیرونی $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

محیط $\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle CDE}} = \frac{1}{3}$

مساحت $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CDE}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

نکته: اگر نسبت متساوی دو مثلث برابر k باشد نسبت محیط ها نیز k و نسبت مساحت ها k^2 می شود.